



**SECRETARÍA DE EDUCACIÓN
SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR Y
SUPERIOR
DIRECCIÓN DE FORMACIÓN Y SUPERACIÓN PROFESIONAL
DE LOS DOCENTES
DEPARTAMENTO DE UNIDADES DE UPN
UNIDAD UPN 281-VICTORIA**

TESIS

EL JUEGO DIDÁCTICO DE MESA PARA LA ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES

MA. CONCEPCIÓN MONSIBAIZ GALARZA

CD. VICTORIA, TAM.

MARZO DE 2014



**SECRETARÍA DE EDUCACIÓN
SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR Y
SUPERIOR
DIRECCIÓN DE FORMACIÓN Y SUPERACIÓN PROFESIONAL
DE LOS DOCENTES
DEPARTAMENTO DE UNIDADES DE UPN
UNIDAD UPN 281-VICTORIA**

TESIS

EL JUEGO DIDÁCTICO DE MESA PARA LA ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES

Que para obtener el Grado de Maestra en Educación Básica

PRESENTA

MA. CONCEPCIÓN MONSIBAIZ GALARZA

CD. VICTORIA, TAM.

MARZO DE 2014

DICTAMEN DE TESIS PARA LA OBTENCIÓN DE GRADO

Cd. Victoria, Tam., a 27 de febrero del 2014

C.
MA. CONCEPCIÓN MONSIBAIZ GALARZA
P R E S E N T E

En mi calidad de Presidente del Comité de Posgrado e Investigación de esta Unidad y como resultado del análisis a su trabajo intitulado: **El juego didáctico de mesa para la enseñanza de las fracciones**; opción: **Tesis**, a propuesta del tutor el C. **Mtro. Homero Medellín Soto**, manifiesto a Usted que reúne los requisitos académicos establecidos al respecto por la Institución.

Por lo anterior, se dictamina favorablemente su trabajo y se les autoriza a presentar su examen para la obtención del Grado de Maestro en Educación Básica.

ATENTAMENTE
"EDUCAR PARA TRANSFORMAR"



SECRETARÍA DE EDUCACIÓN
SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR Y SUPERIOR
DIRECCIÓN DE FORMACIÓN Y SUPERACIÓN PROFESIONAL DE DOCENTES
SUBDIRECCIÓN DE FORMACIÓN DOCENTE
PROFR. PEDRO JAVIER VARGAS GARCIA
PRESIDENTE DEL COMITÉ DE POSGRADO E INVESTIGACION
UNIDAD 281
CD. VICTORIA, TAM.

Agradecimiento

Al personal docente de la Universidad Pedagógica Nacional-281 que con su profesionalismo y sabiduría contribuyeron en el fortalecimiento de mis competencias profesionales.

Al maestro Homero Medellín Soto por brindarme su tutoría para orientar y supervisar el avance de este proyecto hasta su culminación.

Al maestro Ulises Berlanga Medrano por sus valiosas sugerencias metodológicas que facilitaron el desarrollo de la investigación.

Al personal de la institución educativa en la que se llevó a cabo la investigación.

A todos.....GRACIAS.

Dedicatorias

Dedico esta tesis a mi esposo y a mi hijo, quienes me brindaron su apoyo y comprensión durante el tiempo que estuve ausente en diversas situaciones familiares para dedicarlo a mi superación profesional.

A mis familiares, amigos y amigas por comprender que el abandono temporal tenía un motivo importante...seguir preparándome para tener un mejor desempeño profesional.

Resumen

El propósito de esta investigación de enfoque cualitativo fue el seleccionar, rediseñar y aplicar estrategias didácticas que permitieran a los docentes facilitar la enseñanza de los contenidos de fracciones en sus diferentes significados utilizando material concreto.

Ésta se realizó en una escuela del nivel de primaria, urbana y de organización completa utilizando la estrategia de indagación investigación-pedagógica a través de la estrategia de intervención del Taller Educativo, en la que participaron 12 docentes responsables de atender los grados de tercero a sexto. Ellos realizaron en trabajo colaborativo la selección y rediseño de las estrategias.

Para la recolección de datos se utilizaron en la fase diagnóstica documentos de fuentes primarias y cuestionarios de preguntas abiertas, en la fase de intervención videoregistros y registros anecdóticos. Se utilizaron las técnicas de la observación y la entrevista, que permitieron contrastar la información recabada para el análisis y la interpretación de los datos.

Se descubrió que uno de los obstáculos que prevalecen en la enseñanza de las fracciones es la falta de dominio conceptual del docente en relación con los diferentes significados de las fracciones así como las prácticas docentes expositivas.

Palabras clave: Fracciones, juegos de mesa, estrategia didáctica

Abstract

This qualitative research's purpose was to select, redesign and implement didactic strategies that enable teachers to facilitate the teaching of content of the fractions in its different meanings using concrete material.

This was carried out in an urban elementary school with a complete organization using the pedagogical action-research as the inquiry strategy through the intervention strategy of the Education Workshop in which participated 12 teachers in charge of third to sixth grades. They selected and redesigned the strategies in a collaborative work.

For data collection in the diagnostic phase were used primary sources documents and open question questionnaires. For the intervention phase, the video records and anecdotal records. The observation and interview were used as techniques, which allowed comparing the collected information for the analysis and interpretation of data.

It was discovered that one of the obstacles that prevail in teaching the fractions is the lack of conceptual domain of the teacher in relation to the different meanings of fractions and expository teaching practices.

Key words: fractions, table games, didactic strategy

Tabla de Contenido

Capítulo 1. Introducción.....	1
Antecedentes: Reforma Integral de la Educación Básica (RIEB).....	1
Impacto de la evaluación ENLACE en Educación Básica.....	6
Justificación	11
Propósito.....	13
Capítulo 2. Revisión de la literatura.....	14
Investigaciones realizadas en torno al objeto de estudio: las fracciones.	14
Mediación pedagógica y ambientes de aprendizaje en el contexto de la RIEB	21
Didáctica de las matemáticas	27
Situaciones de aprendizaje	30
El rol del docente.....	33
El juego didáctico	35
Los juegos de mesa, alternativa de enseñanza	38
Los números racionales	39
El tema de las fracciones en los Programas de Estudio 2011	41
El enfoque de las matemáticas	41
Su organización.....	43
Dominio conceptual del docente en el tema de las fracciones.....	45
La fracción	48
Sus elementos.....	48
Tipos de fracciones	49
Sus significados	50
La relación parte-todo y medida	50
La fracción como cociente.....	52
La fracción como razón	53
La fracción como operador	54
Material manipulable en el uso de las fracciones.....	55
Capítulo 3. Metodología	57
Enfoque	57
Estrategia de indagación	58
Procedimientos y análisis de los datos.....	59

Fase diagn3stica.	60
Fase de intervenci3n	63
Acciones.....	64
An3lisis de los datos	66
Cuestiones 3ticas de la investigaci3n	67
Capítulo 4. Resultados	69
Fase diagn3stica.....	69
Temas con mayor grado de dificultad para su enseanza en la asignatura de matem3ticas	69
Fase de intervenci3n.....	76
Dominio conceptual y metodol3gico en la enseanza de las fracciones	76
Debilidad conceptual de los docentes en el tema de las fracciones.....	76
Estrategias did3cticas	79
Los juegos did3cticos de mesa en la enseanza de las fracciones	84
El rol del docente.....	87
Pertinencia de la implementaci3n de los juegos de mesa did3cticos en la enseanza de las fracciones	93
Comentarios finales	95
Conclusiones y recomendaciones	96
Referencias	99
Ap3ndices.....	107
Ap3ndice A. Cuestionario de preguntas abiertas.	109
Ap3ndice B. Transcripciones de entrevistas.	110
Ap3ndice C. Bingo de fracciones.	116
Ap3ndice D. Los dados y la recta num3rica.....	119
Ap3ndice E. El domin3 de fracciones.	121
Ap3ndice F. Los pasteles de fracciones.	123

Índice de Tablas

Tabla 1. Conceptualizaciones de los diferentes significados de las fracciones.108

Índice de figuras

Figura 1. Resultados obtenidos en la evaluación ENLACE en la asignatura de matemáticas	10
Figura 2. Ítem utilizando el significado de la fracción como medida.	52

Capítulo 1. Introducción

Antecedentes: Reforma Integral de la Educación Básica (RIEB)

Durante los últimos años, México se ha dado a la tarea de actualizar los planes y programas de estudio para lograr concordancia entre lo que se enseña a los alumnos en la escuela, con lo que exige esta sociedad globalizada y cambiante.

La idea de escuela que sólo favorece la adquisición de conocimientos específicos donde el maestro enseña y el alumno aprende, transmisor-receptor, ha sido sustituida por nuevos enfoques de carácter constructivista.

Cada vez son menos las aulas en las que se manejan las competencias como conductas observables mediante el diseño y realización de objetivos utilizando el método experimental de análisis conductual con sus respectivas técnicas, logrando un sistema de enseñanza programada instruccional en la que no hay relación entre los individuos y su contexto social, convirtiendo a la escuela en un espacio cerrado.

Lo anterior, como resultado de que la teoría conductista, resulta demasiado simple y no explica muchas situaciones, principalmente cómo se produce la enseñanza de fuera hacia adentro y el por qué en ocasiones no sucede así y el alumno simplemente no aprende lo que se le enseña (Delval, 2010).

Sin embargo, en algunas escuelas todavía predomina el modelo tradicional y los alumnos sobresalen por su capacidad de memorización. En relación a esto, Sousa (1996, citado por Moral, 2008, p.124) señala que

la escuela sólo demanda niveles de pensamiento convergente; su práctica se focaliza en la adquisición de pensamiento a través de repeticiones en vez de análisis o síntesis, incluso aquellos profesores que tienen la intención de trabajar un pensamiento de alto orden se encuentran con la realidad que demanda exámenes centrados en el recuerdo y la aplicación.

Con la finalidad de superar estas prácticas, se realizan esfuerzos para lograr cambios donde predominen modelos educativos centrados en las necesidades de los alumnos, tomando como referencia los contextos inmediatos de ellos y las características de la sociedad actual.

La preocupación del sistema educativo es formar personas con conocimientos, habilidades, actitudes, destrezas y valores que los capaciten para seleccionar, analizar, comprender e interpretar la información proveniente de diversas fuentes tanto impresas como digitales y así, aprovechar los diferentes lenguajes científicos y tecnológicos.

El aprendizaje no se puede reducir al planteamiento de actividades de mera memorización, sino que requiere la planificación de actividades en las que se ejerciten habilidades para el procesamiento de información, la adquisición y desarrollo de conceptos, la selección de alternativas, la toma de decisiones, análisis, síntesis, interpretaciones, resolución de problemas y creación de nuevas ideas (Boostrom, 2005 citado por Moral, 2008, p. 124).

Para lograrlo, se requiere que los docentes conozcan y realicen las acciones necesarias para desarrollar esas capacidades en los alumnos; implica

que las escuelas formen personas críticas y analíticas en función de sus necesidades y considerando su entorno social; dado que el conocimiento constituye un aspecto tan esencial para la vida de los hombres, es natural que éstos dediquen una parte importante de su actividad a adquirir nuevos conocimientos (Delval, 2010).

Lo anterior ha generado la puesta en práctica de nuevas perspectivas y enfoques de enseñanza-aprendizaje adecuando las metodologías y transformando la función que desempeña el profesor como mediador del aprendizaje.

Delval (2010) afirma:

Si queremos explicar cómo se forman los conocimientos tenemos que examinar las transformaciones que tienen lugar en el interior del sujeto cuando éste forma un conocimiento o una conducta nuevos. La importancia de la experiencia es innegable pero lo que resulta indispensable es explicar cómo la interpreta el sujeto y modifica sus conocimientos anteriores (p. 31).

Los modelos constructivistas del aprendizaje, con sus precursores Jean Piaget (1896-1980) y Lev Vygotsky (1896-1934), han sido retomados en la reestructuración de los planes y programas de educación básica con la intención de ayudar a los docentes a comprender cómo el niño interpreta el mundo en diferentes edades. “Frente a las posiciones innatistas o empiristas que dominaban en su tiempo, Piaget propuso una explicación según la cual el

conocimiento es el resultado de la interacción entre el sujeto y la realidad que le rodea” (Delval, 2010, p.31).

Vygotsky, con su teoría de la construcción social del aprendizaje, muestra los procesos sociales que intervienen en la adquisición de habilidades intelectuales; pone de relieve las relaciones del individuo con la sociedad porque mediante las actividades sociales el niño aprende a incorporar a su pensamiento herramientas culturales como el lenguaje, los sistemas de conteo, la escritura, el arte y otras invenciones sociales. En relación a esta teoría, Delval (2010) afirma que el conocimiento que el niño puede adquirir está en la sociedad y lo único que éste tiene que hacer es incorporárselo y es la sociedad la que va a determinar las formas de pensar de los individuos; señala también el papel primordial que tienen los adultos como mediadores en la formación del conocimiento de los niños.

Tanto la historia de la cultura del niño como la de su experiencia personal son importantes para comprender el desarrollo cognoscitivo. Este principio de Vygotsky refleja una concepción cultural-histórica del desarrollo.

Actualmente en el ámbito educativo la corriente constructivista predomina. Delval (2010) señala que “Según el constructivismo, el sujeto tiene que construir tanto sus conocimientos y sus ideas sobre el mundo, como sus propios instrumentos de conocer” (p. 33).

Desde 1970, las reformas curriculares, así como los modelos de enseñanza, se basaron en estudios generados por el constructivismo

psicogenético y cognitivo. A partir de 1990 la influencia del constructivismo sociocultural ha resurgido.

En base a lo anterior, el Plan de Estudios 2011 y los programas de estudio de educación primaria establecen la metodología de proyectos, los estudios de casos y la resolución de problemas para desarrollar en los alumnos las competencias para la vida que les permitan enfrentar los retos de esta sociedad, organizando los aprendizajes esperados en cuatro campos formativos:

- Lenguaje y comunicación,
- Pensamiento matemático,
- Exploración y comprensión del mundo natural y social, y
- Desarrollo personal y para la convivencia (SEP, 2011b).

Con ellos se organizan, regulan y articulan los espacios curriculares mediante la implementación de las estrategias metodológicas arriba señaladas, que van a permitir desarrollar en los alumnos las competencias para la vida: para el aprendizaje permanente, para el manejo de información y de situaciones, para la convivencia y para la vida en sociedad; mediante la movilización de saberes en situaciones comunes y/o complejas de la vida diaria de los alumnos.

Dado que esta investigación se ubica dentro del campo de Pensamiento matemático, es importante señalar que:

el pensamiento matemático es tan sólo una forma de pensamiento, no la única. Sus características más importantes son el razonamiento lógico y la argumentación, y ambas habilidades se desarrollan y manifiestan a través de procesos intelectuales que permiten la generación de ideas en

los momentos en los que el niño intenta resolver una situación o problema (SEP, 2012, p. 66).

El diseño y la organización de este Campo Formativo, permite la transformación de la enseñanza tradicional, convirtiendo las aulas escolares en espacios en los que los alumnos tengan oportunidad de expresar sus opiniones y de valorar las de los demás favoreciendo con ello los aprendizajes significativos en colaboración.

Impacto de la evaluación ENLACE en Educación Básica.

El Programa Sectorial de Educación 2007-2012, contempla retos urgentes que es necesario atender en Educación Básica para mejorar los niveles de desempeño educativo, a través de la promoción de una Educación de Calidad, con la finalidad de que los estudiantes mejoren su desempeño escolar que ha sido deficiente de acuerdo a los resultados que arrojan las evaluaciones del Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA, por sus siglas en inglés) y la Evaluación Nacional de Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE).

Lo anterior se pretende lograr mediante el establecimiento de compromisos referentes a la capacitación y profesionalización docente a través de cursos, talleres y diplomados promovidos dentro de la Reforma Integral de la Educación Básica (RIEB) así como en el uso y manejo de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC). Todo enfocado al replanteamiento de programas de estudio, enfoques metodológicos y métodos de enseñanza así como la modernización y mantenimiento de infraestructura, articulación de los

tres niveles de Educación Básica y la evaluación como un instrumento fundamental en el análisis de la calidad educativa (SEP, 2007).

Con el propósito de fortalecer lo propuesto en el Plan Nacional de Desarrollo 2007-2012, la Alianza por la Calidad de la Educación entre el Gobierno Federal y los maestros de México, que integran el Sindicato Nacional de Trabajadores de la Educación (SNTE); decide impulsar la transformación por la calidad educativa mediante un espacio en donde se promueva la participación activa de los involucrados e interesados en el proceso educativo asumiendo compromisos claros y precisos en rubros de infraestructura, gestión y participación social, profesionalización docente, desarrollo integral y evaluación (Presidencia de la República, 2007).

No obstante, pese a lo propuesto en el Plan Nacional de Desarrollo 2007-2012, así como a los acuerdos y programas diseñados durante este periodo, los resultados obtenidos por los alumnos de Educación Básica no son satisfactorios y la calidad educativa no se ha logrado elevar de acuerdo a lo planeado.

El análisis realizado a los resultados de los alumnos en el nivel de primaria, ubica a la mayoría de ellos en niveles de desempeño insuficiente y elemental en las asignaturas de español y matemáticas, de igual manera en ciencias, historia, geografía y formación cívica y ética.

Con lo anterior, queda de manifiesto que los alumnos no están desarrollando las competencias para la vida de acuerdo a lo que se pretende en los estándares curriculares y los aprendizajes esperados señalados en El Plan de Estudios y Programas 2011.

La Educación Básica en México integra 3 niveles de educación: preescolar, primaria y secundaria. En lo que corresponde al nivel de primaria y de acuerdo a la organización por periodos que se establece en el esquema de ésta, a este nivel le corresponden el segundo y tercer periodos, de primero a tercero y de cuarto a sexto grados, respectivamente.

En la comisión de asesor técnico pedagógico, en el nivel de primaria, una de las funciones que se realizan, es la de analizar los resultados que obtienen los alumnos en las pruebas ENLACE.

La presente investigación se realizó en una escuela primaria con 12 docentes frente a grupo que atienden a los alumnos de tercero a sexto grados.

Durante el análisis de los resultados obtenidos por los alumnos en este instrumento de evaluación, aplicado la primera semana del mes de junio del ciclo escolar 2012-2013, más del 50 % de los alumnos se ubicaron en los niveles de insuficiente y elemental en las tres asignaturas evaluadas (español, matemáticas y formación cívica y ética).

En la asignatura de matemáticas, el Plan de Estudios 2011 y los programas establecen, para el segundo periodo de Educación Básica, en el eje sentido numérico y pensamiento algebraico, del tema números y sistemas de numeración, que el alumno debe de desarrollar las competencias para resolver problemas de reparto en los que el resultado es una fracción de la forma $m/2n$ (medios, cuartos, octavos,...).

En el Plan de estudios 2011, en este eje se alude a los fines más relevantes del estudio de la aritmética y el álgebra:

- La modelización de situaciones mediante el uso del lenguaje aritmético.
- La exploración de propiedades aritméticas que en la secundaria podrán ser generalizadas con el álgebra.
- La puesta en juego de diferentes formas de representar y efectuar cálculos (SEP, 2011 d, p. 81).

Cada tema del eje incluye contenidos que son aspectos muy concretos que se desprenden de los temas, cuyo estudio requiere entre dos y cinco sesiones de clase. El tiempo de estudio hace referencia a la fase de reflexión, análisis, aplicación y construcción del conocimiento en cuestión, pero hay un tiempo más largo en el que este conocimiento se usa, se relaciona con otros conocimientos y se consolida para constituirse en saber o saber hacer.

Sin embargo, de acuerdo a los resultados obtenidos en las evaluaciones externas, ENLACE, queda de manifiesto que los alumnos no logran esta competencia para resolver los planteamientos matemáticos que en ellas se hacen. La figura 1 muestra los resultados obtenidos en este rubro.

Con la finalidad de detectar algunas de las posibles causas que originaron los resultados antes señalados en la asignatura de matemáticas, se realizaron observaciones en algunas de las aulas durante el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje y entrevistas a docentes, en las que se pudo evidenciar que, en algunas de las aulas prevalecen las prácticas didácticas tradicionales, son pocas las aulas que cuentan con el rincón de las matemáticas y las que lo tienen, es poco el material concreto que utilizan.

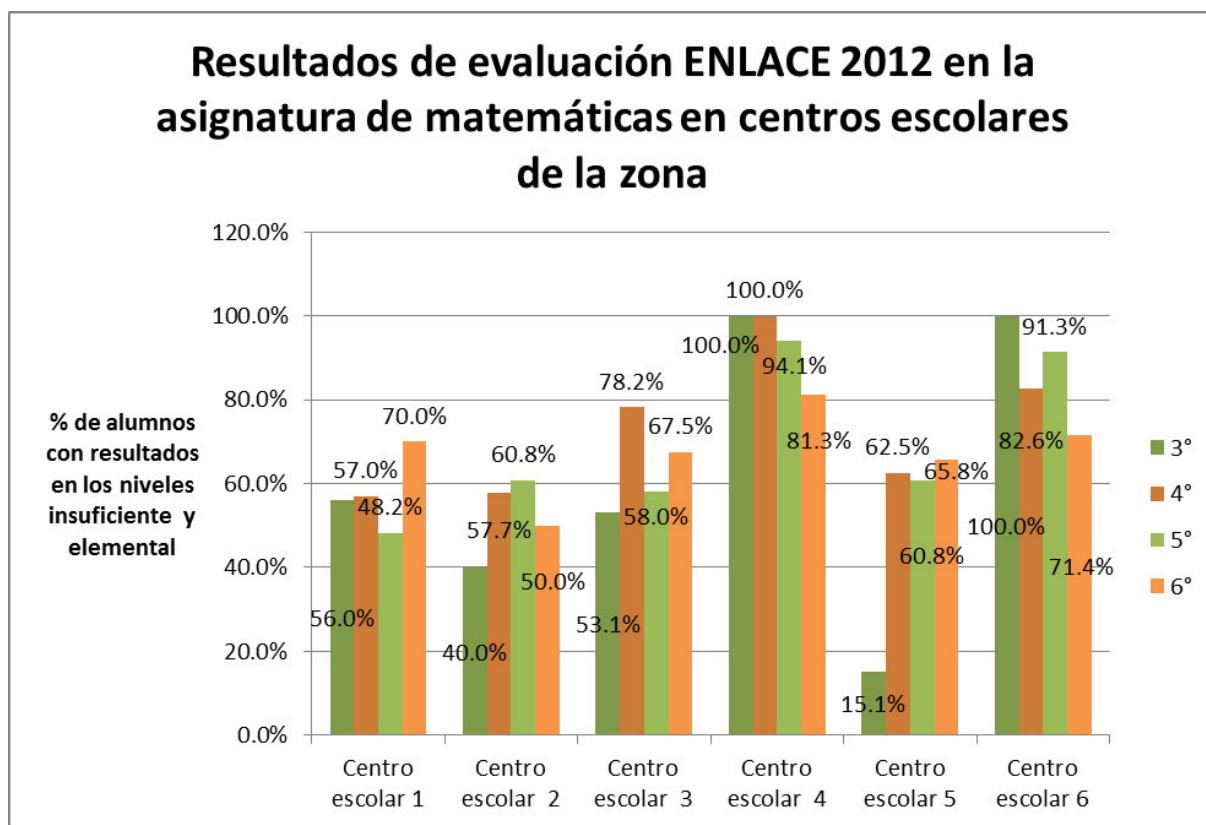


Figura 1. Resultados obtenidos en la evaluación ENLACE en la asignatura de matemáticas

Aun cuando en las planeaciones didácticas se consideran actividades que contemplan la utilización de este tipo de materiales, no se utiliza por falta de tiempo, es el argumento de algunos docentes. A través de la entrevista quedó de manifiesto que algunos docentes no conocen el enfoque de las matemáticas ni los estándares curriculares de cada periodo en esta asignatura. Algunos consideran el uso del material concreto como una pérdida de tiempo. Las aulas no están equipadas con mesas de trabajo y sillas para organizar el trabajo colaborativo y de equipo que permita la movilización de saberes y los aprendizajes significativos.

Dentro de la enseñanza de las matemáticas, uno de los contenidos en los que se observaron los resultados ubicados en los niveles de insuficiente y

elemental son los relacionados con el tema de las fracciones. Las dificultades que se detectaron involucran tanto el dominio conceptual como el instrumental en la resolución de los diferentes planteamientos presentados en el instrumento de evaluación de ENLACE.

Por lo expuesto anteriormente es necesario realizar una investigación que permita responder a la siguiente problemática:

¿Qué estrategias didácticas requieren los docentes frente a grupo para la enseñanza de los contenidos de las fracciones en educación primaria?

Justificación

Uno de los principales retos de la Educación Básica en México es desarrollar competencias en los alumnos, que les permitan plantear y resolver problemas de su contexto y con ello elevar los resultados obtenidos en las evaluaciones ENLACE para lograr la calidad educativa.

Lo anterior implica transformar las prácticas didácticas tradicionales que aún prevalecen en algunas aulas escolares. En relación a esto Frola y Velásquez (2011 a) señalan:

Cambiar no es sencillo en ningún ámbito ni en cualquier circunstancia y que ese cambio parta de la modificación de creencias es aún una tarea más ardua que por lo mismo no es posible emprender de la noche a la mañana y esperar resultados inmediatos, pero hacerlo es un imperativo que debe tener como principio buscar que los docentes construyan las competencias necesarias para desarrollar su labor con niveles de

desempeño altos que impacten sobre todo el aprendizaje de los alumnos pues esa es la finalidad del trabajo que hace el maestro (p. 68).

Esta investigación es de relevancia, porque con ella se pretende contribuir a la mejora del logro educativo en la asignatura de matemáticas al promover la selección, el rediseño e implementación de estrategias didácticas para favorecer en los alumnos el desarrollo de competencias matemáticas al realizar actividades diversificadas e interesantes para la comprensión y adquisición de aprendizajes matemáticos significativos que les permitan resolver problemas de los contenidos de las fracciones, de manera acertada y con ello disminuir los resultados en los niveles de insuficiente y elemental que hasta el momento siguen arrojando los resultados de las evaluaciones ENLACE.

Los docentes, van a fortalecer sus competencias profesionales al participar en talleres didácticos en los que se favorezca el trabajo colaborativo para seleccionar y rediseñar estrategias de enseñanza de los contenidos de fracciones con la participación de todos sus compañeros. Estas estrategias les facilitarán la enseñanza de contenidos matemáticos y con ello evitar que la enseñanza de las fracciones se dé sólo con el apoyo del pintarrón y los marcadores, de donde el niño copia las representaciones simbólicas de forma arbitraria y de las que sólo memorizan significados y los transcribe a su cuaderno, abordando los contenidos de forma descontextualizada, es decir, sin relación con situaciones de la vida cotidiana de los alumnos en los que plantear y resolver problemas de su contexto debe de ser el punto de partida de los

aprendizajes esperados que se pretenden desarrollar en los alumnos y de esta forma fortalecer las competencias matemáticas.

Propósito

El propósito de este proyecto, en el que se utilizó como estrategia de indagación la investigación-acción pedagógica fue, el seleccionar, rediseñar y aplicar estrategias didácticas que permitieran a los docentes facilitar la enseñanza de los contenidos de fracciones en sus diferentes significados utilizando material concreto.

Capítulo 2. Revisión de la literatura

Investigaciones realizadas en torno al objeto de estudio: las fracciones.

De acuerdo a lo que señala Creswell (2009), es importante que el investigador realice una revisión de la literatura con el propósito de "...determinar si el tema de estudio es importante y proporciona una percepción de las formas en las cuales el investigador puede limitar el alcance a una necesidad o área de investigación" (p. 30). Dado lo anterior, se presentan algunas de las investigaciones más significativas para el investigador que permitieron orientar la línea de indagación.

La enseñanza y el aprendizaje de los números fraccionarios ha sido motivo de diversas investigaciones debido a que para los docentes implica un reto su enseñanza y para el alumno el lograr construir aprendizajes significativos que correspondan a contenidos de este tipo. Al respecto de este tema, en los Programas de Estudio 2011 de Educación Primaria se señala que:

Para muchos, la fracción son sólo pares de números naturales sin relación entre sí, por ello, al resolver problemas aditivos, una tendencia generalizada en algunos es el uso del modelo lineal aditivo. Otra dificultad en alumnos de cualquier edad, documentada por las investigaciones, es el ordenamiento de las fracciones o bien una fracción y un número decimal. Por ejemplo, $\frac{1}{3}$ puede pensarse menor que $\frac{1}{4}$ porque saben que $3 < 4$. En este sentido, es importante que los alumnos "descubran" y comprendan que dependiendo de la situación, las fracciones adquieren

distintos significados y que éstas, pueden ser representadas de diversas formas (SEP , 2011 e, p. 364).

Perera Dzul y Valdemoros Álvarez (2007) realizaron un estudio doctoral de carácter cualitativo a través del estudio de caso, con alumnos del cuarto grado de primaria de una escuela pública, cuyas edades oscilaban entre los nueve años de edad; en él diseñaron un programa de actividades para promover soluciones que favorecieran en los alumnos el significado de las fracciones: medida, cociente intuitivo y nociones de operador multiplicativo para favorecer la construcción de noción de fracción. La investigación la centraron en descubrir cómo influye en los niños una enseñanza matemática realista y lúdica con un enfoque constructivista en el desarrollo de esos significados. Las investigadoras no consideraron pertinente incluir el significado de razón por reconocerlo como complicado para el nivel de comprensión de los alumnos.

Para validar el estudio se realizó la triangulación de la información obtenida en la que se analizaron, confrontaron y compararon los datos recopilados en los cuestionarios inicial y final con las observaciones del investigador y de otro observador en las sesiones de enseñanza así como los datos obtenidos en las entrevistas realizadas a tres alumnos para el estudio de casos.

Los instrumentos utilizados fueron dos cuestionarios, la entrevista y los registros de observación de las investigadoras, los cuales se triangularon para interpretar la información encontrada. Además de los instrumentos se creó un programa de enseñanza, con contenidos del Plan y Programa de Estudio de

1993, en el que se favoreció el trabajo colaborativo en equipos de trabajo mediante el intercambio de ideas.

Es importante destacar que, aun cuando se utilizó el estudio de caso como estrategia de indagación, en el reporte no presentaron ninguno de los tres que realizaron.

Pruzzo de Di Pego (2012) realizó la investigación *Las fracciones: ¿problema de aprendizaje o problemas de la enseñanza?*, en ella utilizó la metodología de enfoque cualitativo en la que se evaluó el aprendizaje de 433 estudiantes de 23 escuelas secundarias, mediante una prueba de evaluación redactada y empleada por una profesora de matemáticas; el análisis de los resultados se realizó mediante escalas descriptivas para evaluar las respuestas de los alumnos en cuatro niveles: Niveles 1 o 2 indicaban riesgo pedagógico para iniciar nuevos aprendizajes; Niveles 3 o 4 señalaban el logro de aprendizajes básicos sobre fracciones que permitirían emprender otros conocimientos más complejos como el vinculado al carácter algebraico de las fracciones. A esta visión global cuantitativa, se le agregó un análisis minucioso de los errores cometidos para inferir los modos de pensamiento que los inducía. Se realizó otra valoración a través del análisis documental de manuales, cuadernos y del diseño curricular.

La investigadora planteó la problemática que representaba la construcción del concepto de fracción al comparar los aprendizajes curriculares esperados en el nivel primario en relación con el desempeño de los alumnos de primer año del nivel secundario. Los resultados que arrojó esta investigación evidenciaron que

la mayoría de los alumnos no lograron representar números fraccionarios ni operar con ellos o establecer equivalencias y no habían construido el concepto de fracción centrado en las relaciones parte-todo, comprometiendo de esta manera todos los aprendizajes subsecuentes sobre números racionales.

La investigación señaló algunas situaciones de enseñanza como indicadores de los errores encontrados en los alumnos al resolver planteamientos cuya resolución implicó el dominio del concepto de fracción en relación con el significado de parte-todo entre otros errores detectados.

También se señaló el rol del docente como figura central para incidir en la zona de desarrollo próximo señalada en la teoría de Vigotsky y planteó la necesidad de emplear mediadores, material concreto, para facilitar la construcción de los conceptos de fracción, unidad, parte-todo y los repartos.

Lo anterior, como recomendaciones para evitar que los alumnos continúen obteniendo resultados deficientes y que desde el nivel primario la enseñanza de las fracciones sea efectiva y los alumnos logren construir los aprendizajes relacionados con el tema de las fracciones.

Valdemoros Álvarez (2010) realizó un estudio de casos durante tres años con tres profesores, dos de primaria y uno de secundaria; quienes retomaron su educación formal, incorporándose a una maestría orientada a mejorar su práctica profesional. Ellos fueron seleccionados porque reconocieron la existencia de diversas dificultades en la enseñanza de las fracciones.

La investigadora sólo presentó el caso de una profesora de quinto grado de escuela primaria pública de la Ciudad de México. Ella llevó a cabo un

proyecto de desarrollo dedicado a la enseñanza de la fracción como medida. El problema de investigación fue el reconocimiento de cómo abordó el tratamiento de las fracciones, cuáles fueron las dificultades de enseñanza experimentadas por ella en el ejercicio de dicha práctica docente y sobre qué bases estructuró la planeación de ese proceso de instrucción. Los instrumentos metodológicos implementados fueron la entrevista y la observación [sic], a partir de los cuales se configuró el estudio de caso.

Durante la primera entrevista, la maestra objeto de estudio contaba con 35 años de edad y cinco años de práctica profesional como docente. Ella compartió la forma en la que realizaba la enseñanza del tema de las fracciones, señalando como su principal referente teórico, el libro de texto para el alumno y el fichero del mismo grado para el diseño de actividades que le permitieran la enseñanza de esos contenidos, aceptando que muchos temas que incluían problemas de razón y proporción no los abordaba por su dificultad, argumentando -¿cómo voy a enseñar algo que no entiendo?

Después de una vasta revisión de investigaciones relacionadas con la enseñanza de las fracciones, la maestra diseñó una planeación didáctica para desarrollar su proyecto en doce sesiones a trabajar con sus alumnos. En ésta, se evidenció la diversidad de materiales para trabajar las fracciones con sentido y significado para los alumnos.

Posterior a la aplicación del proyecto diseñado por la maestra, se le aplicó una segunda entrevista en la que se pudo observar mayor seguridad en el manejo de los términos referidos al contenido de las fracciones así como mayor

creatividad para el diseño y la organización de las situaciones de aprendizaje para lograr la enseñanza de este tema con sus alumnos.

La investigación fue muy importante porque a través de ella se llegó a conocer, cómo algunos docentes reflexionaron acerca de su práctica profesional y de los conflictos didácticos inmersos en ésta, así como la carencia de estrategias para la enseñanza de las fracciones.

Así mismo, permitió detectar que el tratamiento que se le da al tema de las fracciones es abstracto, en éste prevalece la enseñanza algorítmica y mecanizada, sin sentido para el alumno.

Además, se reconoció que al tener un dominio pleno del tema de las fracciones, posibilita al docente para apoyar a los alumnos en las dificultades de aprendizaje que éstos enfrentan.

Esta investigación se realizó por el interés de la maestra en torno a su práctica profesional y su actitud crítica hacia la misma. Esto le permitió mejorar los aspectos teóricos y metodológicos de su proceso de enseñanza.

Cardoso Moreno, Cortina Morfín y Zúñiga Gaspar (2012) realizaron un estudio sobre *el significado cuantitativo que tienen las fracciones para estudiantes mexicanos de 6° de primaria*, en ella participaron los investigadores ya citados así como los docentes titulares de los grupos a los que se les aplicó un cuestionario conformado de 19 reactivos y para la resolución de los mismos, los alumnos contaron con 30 minutos en promedio.

La investigación se realizó en el 2006. Se aplicaron 297 cuestionarios a alumnos de sexto grado de 13 escuelas primarias, con la finalidad de que

identificaran la cantidad expresada por diferentes fracciones comunes $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$; el objetivo fue documentar el significado cuantitativo que le atribuyen a los números fraccionarios estudiantes que están por finalizar la primaria.

Para analizar los resultados, los investigadores utilizaron cuatro categorías para clasificar los cuestionarios de acuerdo a las respuestas vertidas por los alumnos.

Los resultados demostraron que muchos alumnos estaban terminando la primaria en México, con una comprensión muy limitada del concepto de fracción. Algunos no parecían haber desarrollado nociones cuantitativas básicas que les permitían interpretar de forma inmediata y correcta el significado de las notaciones fraccionarias más comunes, incluyendo $\frac{1}{2}$, explicando las implicaciones que podría tener esto, para el desarrollo matemático futuro de los estudiantes.

Lo anterior distó mucho de los objetivos planteados en los programas de estudio mexicanos del nivel de primaria, dado que los resultados obtenidos por los alumnos los situaron en niveles de desempeño bajo, en las pruebas estandarizadas que resolvieron, comprometiendo la calidad de la enseñanza que se imparte en nuestro país en la asignatura de matemáticas.

Desde el ámbito escolar, la enseñanza de contenidos de fracciones debe promover el desarrollo de competencias matemáticas que incluyan habilidades del pensamiento como: observar, discriminar, nombrar, identificar ordenar, inferir, analizar, explicar y con ello llegar a la consolidación del pensamiento

crítico que permita a los alumnos desarrollar las competencias para la resolución de problemas.

Mediación pedagógica y ambientes de aprendizaje en el contexto de la RIEB

Uno de los principales cuestionamientos y retos de la Reforma Integral de la Educación Básica es ¿Cómo generar ambientes de aprendizaje lúdicos y colaborativos que favorezcan la vivencia de experiencias de aprendizajes significativos?, por ello, en los programas de cada grado de los tres niveles educativos que conforman la educación básica en nuestro país, se brinda un espacio de orientaciones didácticas para lograrlo y con ello favorecer el logro de los aprendizajes esperados, la vivencia de experiencias y la movilización de saberes.

Un docente competente debe desarrollar las competencias que le permitan generar ambientes de aprendizaje en los que promueva la movilización de saberes entre sus alumnos, no sólo conceptuales, también procedimentales y actitudinales y de esta manera romper con los paradigmas tradicionales y convertirse en innovador de las prácticas educativas que esté acorde con las necesidades de las nuevas generaciones (Tobón, 2006).

Los ambientes de aprendizaje son escenarios contruidos para favorecer de manera intencionada el aprendizaje. Promover la construcción de situaciones de aprendizaje en el aula, en la escuela y en el entorno, benefician el hecho educativo, dado que éste no sólo se da en el salón de clases, sino que rebasa las fronteras de la escuela para extender la función formativa a otros escenarios presenciales y virtuales, y a la constitución de redes sociales (SEP, 2011 d).

La práctica pedagógica se convierte en una verdadera mediación cuando la actividad docente se planifica y realiza, considerando el currículo, en el que se llevan a cabo las adecuaciones necesarias y acordes al contexto real de los alumnos con la intención de facilitar la construcción de los tres saberes, conceptual, procedimental y actitudinal, como vía para el desarrollo personal y la convivencia social de los alumnos (Echevarría, 2003).

Para la generación de ambientes que favorezcan los aprendizajes, el maestro es eje central. El maestro actúa como mediador, es decir diseña situaciones de estudio centradas en el estudiante; piensa en situaciones motivantes y significativas para los alumnos, fomenta la autonomía para aprender, el desarrollo del pensamiento crítico y creativo así como del trabajo colaborativo.

De igual manera, los ambientes de aprendizaje requieren brindar experiencias desafiantes, en donde los alumnos se sientan motivados por indagar, buscar sus propias respuestas, experimentar, aprender del error y construir sus conocimientos mediante el intercambio con sus pares.

Un ambiente de aprendizaje debe tomar en cuenta que las Tecnologías de la Información y la Comunicación están cambiando radicalmente el entorno en el que los alumnos aprendían. En consecuencia, si antes podía usarse un espacio de la escuela, la comunidad y el aula como entorno de aprendizaje, ahora espacios distantes pueden ser empleados como parte de los entornos de aprendizaje.

Para aprovechar este nuevo potencial, una de las iniciativas que corren en paralelo con la Reforma Integral de la Educación Básica, es la integración de aulas telemáticas, que son espacios escolares donde se emplean tecnologías de la información y la comunicación como mediadoras en los procesos de enseñanza y de aprendizaje (SEP, 2011 d).

Los materiales educativos, impresos, audiovisuales y digitales, plantean estrategias que tienen como objetivo la construcción de aprendizajes. De tal manera que si estas estrategias se combinan con las posibilidades que los espacios ofrecen, se pueden diversificar los entornos de aprendizaje.

El dominio que el docente tiene de los contenidos del programa, la comprensión de los procesos de aprendizaje y de desarrollo infantil y adolescente, sus habilidades de relación e interacción, así como el manejo didáctico, son el sustento de la autoridad del docente, necesaria para generar un ambiente regulado, participativo, desafiante, motivador y respetuoso de la dignidad humana, en el que sea posible aprender, es decir, generar los ambientes de aprendizaje que permitan a los alumnos desarrollar las competencias para la vida como lo establece la RIEB (SEP, 2011 a).

Para que haya esa aprehensión se requieren mediaciones simbólicas, internas y sociales. En este sentido, el lenguaje humano, el lenguaje computacional, la escritura, el texto escolar, constituyen desarrollos culturales que aportan medios para desempeñar la actividad cognitiva o de producción del saber. No significa esto que la mediación es producida única y exclusivamente por el lenguaje, ya sea escrito u oral, sino también

por cualquier tipo de simbolización: colores, marcas, imágenes (Alzate Piedrahita, Arbelaez Gómez, Gómez Mendoza, & Romero Loaiza, 2005, p. 2).

En términos pedagógicos, la mediación se puede entender como una dinámica de carácter valorativo en la cual un docente guía con apoyos instruccionales, ya sean estos entendidos como soportes de información, materiales, textos escolares, instrucciones verbales, preguntas que hacen posible que un estudiante resuelva un problema.

Aquí la mediación puede ser entendida como el conjunto de instrumentos de carácter cognitivo, físico, instrumental que hacen posible que la actividad cognitiva se desarrolle y logre las metas propuestas.

Alzate, Arbelaez, Gómez y Romero (2005), retoman lo señalado por Ashton respecto a este concepto: “La mediación está constituida por aquellos mecanismos que se emplean en el salón de clase y hacen que la comunicación sea posible, y así mismo los alumnos entiendan las tareas que un docente les exige o demanda” (p. 3).

También, la mediación se entiende aquí como el saber que se ofrece al estudiante para desarrollar una particular actividad, el cual le permite al alumno avanzar de un nivel no experto al nivel del saber experto que exige el docente.

Los procesos de mediación en el aula son diversos y las estrategias múltiples, en síntesis, se orientan a enriquecer el vocabulario del alumno con nuevos conceptos que le permiten reconfigurar los propios, dando origen a nuevas ideas, accediendo a una nueva información (Alzate et al, 2005).

Los docentes deben ser facilitadores del proceso enseñanza-aprendizaje mediante el uso de estrategias didácticas innovadoras y evitar ser sólo transmisores de conocimientos.

El enfoque constructivista sostiene que el conocimiento no es una copia de la realidad, sino una construcción del ser humano que lo realiza a partir de los esquemas que ya posee. Por tanto, el conocimiento no es una recepción pasiva, sino es el resultado de la actividad de la persona, la cual se lleva a cabo en contextos sociales (SEP, 2010, p. 140).

Para producir un nuevo conocimiento se requieren mediaciones, en éstas, los sistemas gráficos o de signos hacen posible lo que Vigotsky y Piaget, denominaron proceso de internalización.

En párrafos anteriores se ha señalado la importancia de desarrollar en los alumnos los tres tipos de saberes, saber, hacer y ser, ello implica conocer y aplicar las estrategias más adecuadas para lograrlo.

Las estrategias del saber ser están dirigidas a potencializar los procesos de sensibilización, personalización y cooperación en el procesamiento de la información, en el marco de la realización de una actividad o resolución de un determinado problema, con el fin de favorecer la idoneidad. Además, son fundamentales en el aprendizaje de los instrumentos afectivos: valores, actitudes y normas (Tobón, 2006, p. 201).

Es importante no perder de vista la finalidad de este tipo de estrategias porque el éxito en el desarrollo de las competencias matemáticas depende en

gran medida de la actitud de los alumnos ante la adquisición y desarrollo de los aprendizajes esperados de esta asignatura.

Las estrategias del saber conocer, se componen de estrategias cognitivas y metacognitivas dirigidas a potencializar en cada competencia los procesos de atención, adquisición, personalización, recuperación, transferencia y evaluación, tanto en el aprendizaje como en el desempeño ante actividades y problemas. Las estrategias cognitivas son procedimientos sistemáticos y organizados para codificar, comprender, retener y reproducir información... A través de las estrategias metacognitivas, la persona reflexiona sobre su desempeño, detecta logros y errores, e implementa acciones para afrontar dichos errores (Tobón, 2006, p. 204).

Las estrategias de este tipo deben considerar una gran diversificación de situaciones en las que los alumnos pongan en juego, todos o la mayoría de los procesos mentales: elaboración de esquemas, mapas mentales y conceptuales, analogías, resúmenes, entre otros.

Las estrategias del saber hacer, se relacionan con la potencialización del proceso de actuación como tal, a partir del direccionamiento metacognitivo basado en la planeación, la regulación y la evaluación. Aquí es conveniente promover en el alumno situaciones en las que practique el modelamiento y el ensayo y error de situaciones, así como la comprensión de tareas y el diálogo interno (Tobón, 2006, p. 206).

El éxito en el desarrollo de las competencias para la vida, será más factible en relación con la diversidad de estrategias que se empleen en el proceso educativo.

Didáctica de las matemáticas

La didáctica de las matemáticas se ha ocupado en los últimos años de orientar a los docentes sobre las herramientas más adecuadas que les permitan realizar el proceso enseñanza aprendizaje de una forma más atractiva para sus alumnos mediante el uso de materiales manipulables y con planteamientos de situaciones problemáticas que motiven a los alumnos a buscar soluciones con los conocimientos previos que ellos tienen.

Sin embargo, la didáctica de las matemáticas es orientadora del proceso enseñanza-aprendizaje pero es directamente el docente del grupo el que debe decidir qué situaciones de aprendizaje son las más adecuadas para favorecer a sus alumnos, de acuerdo con las características que ellos poseen y los materiales con los que cuenta el docente, así como las competencias docentes que ha desarrollado para el diseño de esas situaciones de aprendizaje.

Fuenlabrada (2005) ha realizado diversas investigaciones en relación de las innovaciones y cambios que se han implementado respecto de la enseñanza de las matemáticas y ha señalado que:

En los planteamientos curriculares de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática anteriores a la reforma educativa de 1993, los problemas eran vistos fundamentalmente como el espacio privilegiado para la aplicación de un conocimiento adquirido: los números y la operatoria. Sin embargo,

en los lineamientos actuales los problemas se asumen como el punto de partida a través del cual los números y sus relaciones en particular, y el conocimiento matemático en general, encuentra significado. Pero esto todavía no ha sido cabalmente comprendido por los maestros, porque ello les implica una reconversión de sus concepciones sobre la matemática susceptible de ser enseñada en la escuela primaria, de sus prácticas de enseñanza y de sus ideas acerca de cómo aprenden los niños (p. 26).

Es necesario continuar generando innovaciones en las prácticas docentes que permitan a los alumnos la construcción de aprendizajes significativos partiendo de sus entornos más próximos para lograr con ello el desarrollo de competencias en el planteamiento y resolución de problemas.

Perera y Valdemoros (2007) señalan que investigadores como Kieren, Freudenthal, Figueras, Pitkethly y Hunting, entre otros, admiten que “las fracciones son uno de los contenidos de las matemáticas que presentan dificultades para su enseñanza y aprendizaje, principalmente, en los niveles básicos de educación” (p. 210). Lo anterior puede ser debido a que en muchas ocasiones se pretende realizar el proceso enseñanza aprendizaje de estos contenidos de manera abstracta utilizando sólo representaciones simbólicas. Freudenthal (1983), citado por Perera y Valdemoros (2007, p. 210) apoya esta idea cuando expresa que “uno de los factores que posiblemente inciden en este proceso es la didáctica tradicional empleada en la enseñanza, la cual sería uno de los factores determinantes del ulterior aprendizaje del niño”.

Estas afirmaciones responsabilizan directamente al docente como el principal generador de situaciones didácticas que favorezcan en los alumnos la apropiación y construcción de aprendizajes significativos relacionados con el tema de las fracciones; de ahí la importancia y la necesidad de que el docente desarrolle o fortalezca sus competencias profesionales.

Para lograr esto se requiere de ciertas implicaciones que involucran algunos aspectos de la competencia didáctica por parte del docente; tener la capacidad para diseñar situaciones de aprendizaje mediante actividades contextualizadas en las que se favorezcan las interacciones entre los alumnos y el objeto de aprendizaje así como con el docente mediador. De este modo los alumnos tienen la oportunidad de movilizar sus saberes conceptuales, procedimentales y actitudinales (Frola y Velásquez, 2011 a).

El docente debe de partir de los conocimientos previos que poseen sus alumnos para decidir el tipo de retos que ha de plantearles para que éstos no pierda el interés por resolverlos. Estos retos se pueden plantear a nivel individual como de equipo o grupal permitiendo en todo momento la movilización de saberes entre ellos, al respecto Cubillo y Ortega (2002) señalan:

La actividad matemática no se limita a puros actos formales en el vacío y como toda actividad intelectual, es una actividad humana en un contexto cultural que se ve afectada por la interacción con otras personas, una modificación de las relaciones de los estudiantes con las matemáticas implica que los contenidos de esta disciplina y la disponibilidad de herramientas bajo su control tomen un significado diferente (p. 58).

Lo anterior implica por parte del docente, favorecer en sus alumnos la construcción de conocimientos matemáticos que sean significativos y contruidos preferentemente de manera colaborativa, de tal modo que les permitan compartir saberes previos y construcción de nuevos conocimientos a partir de situaciones de su vida cotidiana a través del planteamiento y la resolución de problemas.

Situaciones de aprendizaje

Las situaciones de aprendizaje son el punto clave de la forma en la que el docente lleve a cabo el proceso enseñanza aprendizaje; el éxito o el fracaso en el logro de los aprendizajes esperados en los alumnos dependerá en gran medida de las situaciones que el docente diseñe.

En la didáctica de las matemáticas se define una situación de aprendizaje como un conjunto de problemas, actividades, proyectos, diseños e investigaciones que promueven el desarrollo del pensamiento matemático, además de permitir el aprendizaje o el refuerzo de temas disciplinares (SEP, 2012, p. 88).

Favorecer y desarrollar las competencias matemáticas en los alumnos depende en primera instancia del diseño de situaciones didácticas por parte del docente. Éstas

son el medio por el cual se organiza el trabajo docente, a partir de planear y diseñar experiencias que incorporan el contexto cercano a los niños y tienen como propósito problematizar eventos del entorno próximo. Por lo tanto, son pertinentes para el desarrollo de las competencias de las

asignaturas que conforman los diferentes campos formativos (SEP, 2011 a, p. 218).

En la actualidad, la escuela requiere de docentes competentes, capaces de diseñar situaciones de aprendizaje acordes a las necesidades de los alumnos en este mundo globalizado y cambiante. No es suficiente sólo el uso de técnicas y procedimientos de enseñanza, es necesario transformar la práctica docente a partir de su compromiso profesional. Lo anterior es necesario si se desea formar alumnos competentes que desarrollen las competencias para la vida y si el docente responsable de diseñar las situaciones didácticas carece de las competencias conceptuales, procedimentales y actitudinales, la transformación de la práctica docente no se logrará (Frola y Velásquez, 2011 a).

La transformación de la práctica docente es considerada una de las principales funciones del docente competente dada la complejidad que implica. Esta transformación exige de él, poseer una comprensión amplia de las competencias para la vida que se han de desarrollar en los alumnos así como del perfil de egreso establecido en los planes de estudio vigentes, tener conocimiento de las competencias disciplinares establecidas en las asignaturas y de las metodologías más acordes mediante las cuales se logren los aprendizajes esperados.

Además, conocer y aplicar eficientemente formas de evaluar cualitativas y cuantitativas que permitan valorar el nivel de desempeño de los alumnos de acuerdo con las características que cada uno posee y acorde a lo diseñado en los planes de clase. De lo anterior, le exige que sepa diferenciar los contenidos

en conceptuales, procedimentales y actitudinales, con la finalidad de utilizar las metodologías más apropiadas para que los alumnos logren la construcción de los conocimientos, así como conseguir la vinculación y la transversalidad de los contenidos en una o varias asignaturas.

Por último, le exige dominar el sustento teórico del Plan 2011 y de los Programas de estudio vigentes que le permitan operar las metodologías que éstos sugieren y que le faciliten el diseño de situaciones de aprendizaje que favorezcan en los alumnos el logro de los aprendizajes esperados y con ello las competencias para la vida (Frola y Velásquez, 2011 a).

El diseño de situaciones de aprendizaje que consideren los conocimientos previos de los alumnos así como las estrategias y materiales didácticos, implican al docente poner en práctica su competencia profesional creativa, al respecto Frola y Velásquez (2011 a) señalan:

Aprender a diseñar situaciones didácticas que tengan como resultado el aprendizaje no es sencillo, requiere de todo un proceso que como tal se va dando de manera paulatina, es necesario cambiar esquemas mentales, concepciones bastante arraigadas sobre algunos procedimientos, creencias y prácticas que tienen raíces profundas y que cuesta trabajo erradicar. Para poder hacer cosas diferentes, hay que pensar también de manera distinta por lo que no basta con enfocarse en el hacer, hay que modificar el conocer y por supuesto el ser (p. 15).

Tomar en consideración los elementos anteriores, le va a permitir al docente diseñar situaciones de aprendizaje con las estrategias más idóneas

para lograr en los alumnos los aprendizajes esperados que favorezcan en ellos el desarrollo de las competencias para la vida.

El rol del docente

A partir de la puesta en marcha de la Reforma Integral de la Educación Básica (RIEB), el docente tiene el reto de transformar su práctica docente y replantear sus estrategias de enseñanza. Requiere convertirse en un generador de retos ante sus alumnos para que ellos utilicen sus aprendizajes previos y las herramientas matemáticas que ya poseen para resolver los planteamientos matemáticos. Esto le va a permitir dejar de ser un transmisor de información para convertirse en promotor de aprendizajes significativos en sus alumnos.

Lo anterior implica para el docente superar los siguientes retos que se señalan en el Programa de Estudio 2011 de primero a sexto grados:

- a) Lograr que los alumnos se acostumbren a buscar por su cuenta la manera de resolver los problemas que se les plantean,...
- b) Acostumbrarlos a leer y analizar los enunciados de los problemas...
- c) Lograr que los alumnos aprendan a trabajar de manera colaborativa...
- d) Saber aprovechar el tiempo de la clase...
- e) Superar el temor a no entender cómo piensan los alumnos... (SEP, 2011 f, p. 68).

Asumir este rol es fundamental para lograr transformar las prácticas tradicionales por prácticas que promuevan en los alumnos el desarrollo de competencias que les permitan plantear y resolver problemas en los contextos próximos de su vida cotidiana.

La acción de los docentes es un factor clave, porque son quienes generan ambientes, plantean las situaciones didácticas y buscan motivos diversos para despertar el interés de los alumnos e involucrarlos en actividades que les permitan avanzar en el desarrollo de sus competencias.

Belmar Mellado; Figueroa Manzi; Friz Carrillo; Sánchez Bravo y Sanhueza Henríquez (2008) al respecto señalan que “Si los profesores logran realizar una adecuada enseñanza de las fracciones, dando profundidad y dotando de utilidad este saber, aumentaría su uso en situaciones de la vida diaria y resultaría aún más familiar su lenguaje” (p. 90).

El Plan y los Programas de Estudio 2011 basados en el enfoque por competencias y con sustento teórico del constructivismo y del aprendizaje social le dan una función distinta al docente. Al respecto Frola y Velásquez, (2011a) señalan:

El rol del maestro bajo este enfoque es el de mediador y juega como tal un papel preponderante en el diseño de situaciones de aprendizaje significativo. El docente es el elemento catalizador de los distintos factores que permiten crear las condiciones adecuadas para que el educando se apropie de los contenidos que son necesarios para el logro de los propósitos educativos, para ello requiere poner en juego varios componentes de la competencia didáctica (p. 92).

Dado lo anterior, es necesario que los docentes estén en constante revisión y actualización de los aspectos que integran la citada competencia

porque de ello depende el éxito de las situaciones de aprendizaje como escenarios facilitadores del proceso enseñanza aprendizaje.

El juego didáctico

El valor educativo del juego es bien aceptado en los niveles iniciales de enseñanza. En preescolar son variadas las actividades que los alumnos realizan en las que el juego es fundamental, con él se favorece un aspecto importante del desarrollo personal de los niños, la competencia social.

Desde el punto de vista de la sociabilidad, mediante el juego entra en contacto con sus iguales, lo que le ayuda a ir conociendo a las personas que le rodean, a aprender normas de comportamiento y a descubrirse a sí mismo en el marco de estos intercambios (Bañeres, y otros, 2008, p. 16).

En el nivel de primaria, en los primeros grados, son también beneficiados los alumnos con este tipo de enseñanza, son múltiples los contenidos que se abordan sobre todo en los grados de primero y segundo. Aprenden con distintos tipos de juegos –individuales o de grupo-, los juegos que implican movimiento, simbólicos, cantados. Más adelante desarrollan actividades en las que los alumnos mezclan el azar y la inteligencia: juegos de mesa, de competencia, de simulación o de ingenio.

Pero conforme se avanza a los grados superiores, el juego va perdiendo vigencia y los alumnos rara vez tienen la oportunidad de aprender de manera lúdica.

Dado lo anterior, es importante recalcar que la integración de actividades lúdicas en el contexto escolar, en todos los niveles de enseñanza, proporciona

múltiples y variadas ventajas porque facilita la adquisición de conocimientos, las sesiones de la clase se tornan dinámicas y el interés de los alumnos se mantiene por tiempos prolongados en las que se aumenta la motivación por aprender. Se favorece la creatividad, la percepción y la inteligencia emocional de los alumnos. También se fortalecen los valores de tolerancia y respeto así como la responsabilidad en los roles que le toca representar al alumno (Bernabeu y Goldstein, 2009).

Son múltiples las investigaciones que se han desarrollado en torno a la utilización del juego para favorecer la enseñanza; Piaget, citado por Casas García y Sánchez Pesquero (1998), menciona:

Los juegos ayudan a construir una amplia red de dispositivos que permiten al niño la asimilación de toda la realidad, incorporándola para revivirla, dominarla o compensarla, de tal modo que el juego es esencialmente asimilación de la realidad al yo (p. 9).

El juego, es un término que los alumnos de tan sólo oírlo, despiertan todos sus sentidos y se ponen a la expectativa para descubrir de qué se trata.

Cuando el niño juega busca como meta el ganar o resolver positivamente la situación, esto le lleva de forma inconsciente a buscar la estrategia ganadora, viéndose forzado a realizar un razonamiento lógico, y por tanto pensando de forma matemática, con lo que está comenzando a investigar de una forma a veces rudimentaria (Casas García y Sánchez Pesquero, 1998, p. 12).

Al utilizar el juego en la asignatura de matemáticas, se deben de considerar por lo menos dos aspectos, primero, ofrecer a los alumnos un adecuado acceso a los conocimientos para que éste resulte eficaz y agradable durante la apropiación del conocimiento. Lo anterior se recomienda debido a que en la educación básica los alumnos no sólo asisten a adquirir conocimientos sino a desarrollar procedimientos y actitudes que les permitan resolver problemas de su vida cotidiana.

En segundo lugar, el garantizar aprendizajes funcionales, que estos aprendizajes que adquieran los alumnos a través del juego los puedan utilizar en situaciones reales que el alumno necesite, es decir, que el aprendizaje de esos contenidos, sean útiles y necesarios para realizar otros aprendizajes y con ello favorecer en los alumnos el aprender a aprender (Casas García y Sánchez Pesquero, 1998).

Como toda actividad docente, el juego no escapa a las exigencias que requiere de parte del docente una adecuada selección de los mismos así como la organización con anticipación de este tipo de estrategias en las que previamente ha de considerar los materiales, la forma de organizar al grupo así como el tiempo destinado a ellos. Al respecto, Casas García y Sánchez Pesquero (1998) presentan algunas recomendaciones al momento de utilizar el juego en la enseñanza de algunos contenidos:

- No presentar el juego como un trabajo.
- Elegir el juego y preparar las estrategias adecuadas para llevar a los escolares a adquirir aquellos conceptos que deseamos impartir.

- Compensar de forma equilibrada el nivel del juego con el de los alumnos.
- Ir graduando la dificultad de las normas según el nivel de dominio alcanzado.
- Adecuar el juego al conocimiento matemático a asimilar.
- Conocido el juego ensayar estrategias ganadoras.
- Realizar sencillas investigaciones sobre el juego adecuadas al nivel de los alumnos (p. 16).

De acuerdo a lo que señalan estos autores, el juego didáctico o educativo debe de estar estructurado adecuadamente con la finalidad de que el docente logre en sus alumnos la construcción de nuevos aprendizajes de una forma interesante y dinámica que les permita a éstos últimos la movilización de saberes y ante todo ver los errores no como un riesgo que ha de ser sancionado por el docente si no como una manera de aprender y reestructurar sus conocimientos previos con la ayuda de los demás.

Los juegos de mesa, alternativa de enseñanza

Jugar ha sido desde tiempos inmemoriales una necesidad y satisfacción del ser humano, esta actividad enseña a resolver situaciones problemáticas en forma individual, en equipo o en grupo. Generalmente los juegos se realizan bajo una serie de reglas ya establecidas o acordadas por los participantes y en éstos siempre habrá un ganador y un perdedor.

Existe una gran variedad de juegos, sin embargo en el desarrollo de esta investigación sólo se consideraron los juegos de mesa como una alternativa de

enseñanza en el tema de las fracciones. Al respecto García y Torrijos (2002) mencionan que:

La situación que se presenta en un juego de mesa es una dificultad a vencer, normas que respetar, meta u objetivo a conseguir y un material. Si la conjunción de esos factores produce una dinámica placentera, el objetivo del juego se ha cumplido.

Los juegos populares de mesa como el dominó, el parchís, la memoria, el turista, las damas chinas y las damas españolas, en sus muy distintas versiones, son juegos que se practican desde la edad escolar.

Incluso, hay escuelas que los han utilizado para mejorar el aprendizaje de los alumnos en materias como las matemáticas, así como el proceso de socialización y adaptación en el grupo (p. 13).

Existen juegos de mesa diversos, éstos se clasifican en dos tipos; los que utilizan tablero como el ajedrez, el juego de la oca y serpientes y escaleras; y los que no lo utilizan como el bingo, el dominó, la lotería, la memoria y pictionary.

Para el desarrollo de la investigación sólo se han considerado los juegos de mesa sin tablero, a los que se les hicieron sus respectivas adecuaciones con el fin de lograr el propósito de la investigación.

Los números racionales

En los primeros grados de la educación primaria los niños van construyendo conocimientos y desarrollando habilidades en el uso y manejo de los números y sistemas de numeración, sin embargo, a partir del tercer grado, se enfrenta con la introducción de los números racionales. Este tema

frecuentemente ha generado, tanto en alumnos como en docentes, algunos obstáculos para su enseñanza y aprendizaje, respectivamente. En relación a esto, Batanero, Cid y Godino (2003) señalan:

Ahora con la introducción de los números racionales el algoritmo del recuento falla (o sea, no hay un número racional siguiente a otro dado; además, las fracciones se multiplican de manera diferente, etc.). La práctica y el discurso que se pone en juego con los números racionales suponen un salto importante en la manera de pensar y usar los números que origina dificultades a muchos alumnos (p. 333).

Con la introducción de los números racionales, los alumnos van a enfrentar niveles superiores de cognición que les permitan acceder a este tipo de conocimientos, Batanero *et al* (2003) señalan “Los números racionales son el primer conjunto de experiencias numéricas de los niños que no están basadas en los algoritmos de recuento como los números naturales” (p. 333).

En el nivel de educación primaria, en el grado de tercero, apenas se hace la introducción formal del tema de las fracciones con el estudio de los números racionales positivos, éstos presentan cierto grado de dificultad en su manejo y comprensión.

Los números naturales, los enteros y las fracciones positivas y negativas forman los números racionales. Sin embargo, saltar de la enseñanza y el aprendizaje de los naturales a los racionales implica un gran desafío, incluso algunos problemas; toda fracción representa un número racional en donde dos fracciones equivalentes definen al mismo debido a que un número racional

admite distintas formas de representarlo: $\frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{6}{12}$, a esta familia es a lo que se llama número racional; en donde éste, es un cociente $\frac{a}{b}$ donde a y b son números enteros y b no es cero (Ponce, 2000).

Algunos de los obstáculos más evidentes de acuerdo a investigaciones realizadas son la dificultad para comprender que en los racionales no hay un antecesor y un sucesor como en los naturales o en los enteros, al respecto Ponce (2000, p. 35) señala “La densidad es una de las propiedades fundamentales de este campo numérico: entre dos números racionales distintos existe siempre un número infinito de racionales”. Lograr que los alumnos comprendan lo anterior es responsabilidad del docente principalmente y de las situaciones de aprendizaje que éste diseñe. Otra de las dificultades frecuentes es lograr que el alumno comprenda que $\frac{1}{2}$ es mayor que $\frac{1}{3}$ porque para él, el 2 es menor que 3 por tanto $\frac{1}{3}$ es mayor que $\frac{1}{2}$. Éstas son sólo algunas de las problemáticas que se presentan al trabajar con el tema de los números racionales.

El tema de las fracciones en los Programas de Estudio 2011

El enfoque de las matemáticas

Con la puesta en marcha de la Reforma Integral de la Educación Básica, en el nivel de primaria se revisaron en cada una de las asignaturas los enfoques así como las metodologías utilizadas para llevar a cabo el proceso enseñanza aprendizaje en los alumnos, considerando imperativo el transformar el enfoque empleado hasta el momento con el fin de lograr en los alumnos los propósitos establecidos en los nuevos programas del nivel, en el que no tan sólo se

favorece la adquisición de conocimientos sino que se pretende ir más allá y desarrollar en el alumno las competencias que le permitan aplicar esos conocimientos en la resolución de problemas que se le presentan en su vida diaria en contextos escolares, familiares y sociales, es decir, pasar del sólo saber al saber hacer, por lo tanto, en los Programas de Estudios 2011 de Educación Básica del nivel de Primaria se establece:

El planteamiento central en cuanto a la metodología didáctica que se sugiere para el estudio de las Matemáticas consiste en utilizar secuencias de situaciones problemáticas que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados. Al mismo tiempo, las situaciones planteadas deberán implicar justamente los conocimientos y habilidades que se quieren desarrollar (SEP, 2011 a, p. 65).

Favorecer en los alumnos el desarrollo del pensamiento matemático durante su permanencia en el nivel de Educación Primaria, implica el fortalecimiento en el desarrollo de habilidades para aprender a formular y a contestar preguntas que impliquen el uso de herramientas matemáticas así como promover que construyan justificaciones verbales de los procedimientos y estrategias que utilizan brindándoles absoluta confianza para expresarse.

Adoptar este enfoque basado en la resolución y el planteamiento de problemas en la asignatura de matemáticas va a permitir a los alumnos desarrollar las competencias matemáticas que les brinden las posibilidades de

resolver situaciones de su vida cotidiana, específicamente en el tema de la enseñanza de las fracciones. El alumno logrará ir más allá de sólo la adquisición de representaciones abstractas y algorítmicas de las mismas, favoreciendo la reflexión en la construcción de conocimientos relacionados con estos temas.

Su organización

La asignatura de matemáticas se organiza en tres niveles; los ejes, los temas y los contenidos. El primero engloba tres ejes: Sentido numérico y pensamiento algebraico, que se refiere al estudio de la aritmética y el álgebra; Forma, espacio y medida, referido al estudio de la geometría y la medición; y Manejo de la información, en el que se favorece el análisis de la misma y su uso para la toma de decisiones.

Son ejes porque se refieren a la dirección o rumbo de una acción, como se señala en los Programas de Estudios 2011 de primero a sexto grados:

Al decir sentido numérico y pensamiento algebraico,...se quiere destacar que lo que dirige el estudio de aritmética y álgebra... es el desarrollo del sentido numérico y del pensamiento algebraico, lo cual implica que los alumnos sepan utilizar los números y las operaciones en distintos contextos, así como tener la posibilidad de modelizar situaciones y resolverlas, es decir, de expresarlas en lenguaje matemático, efectuar los cálculos necesarios y obtener un resultado que cumpla con las condiciones establecidas (SEP, 2011 a, p. 72).

Al segundo nivel le corresponden los temas; en educación primaria se consideran ocho, tomando en consideración que no todos se incluyen desde el

primer grado y son “Números y sistemas de numeración, Problemas aditivos, Problemas multiplicativos, Figuras y cuerpos, Ubicación espacial, Medida, Proporcionalidad y funciones, y Análisis y representación de datos” (SEP, 2011 a, p. 72).

Al tercer nivel le corresponden los contenidos, éstos demandan del docente un dominio amplio que le permita realizar el proceso enseñanza aprendizaje de forma dinámica y amena en la que logre que sus alumnos se apropien de aprendizajes significativos, al respecto, en los programas de estudio 2011 se señala:

Los contenidos son aspectos muy concretos que se desprenden de los temas, cuyo estudio requiere entre dos y cinco sesiones de clase. El tiempo de estudio hace referencia a la fase de reflexión, análisis, aplicación y construcción del conocimiento en cuestión, pero hay un tiempo más largo en el que dicho conocimiento se usa, se relaciona con otros conocimientos y se consolida para constituirse en saber o saber hacer (SEP, 2011 a, p. 72).

Otro elemento importante que forma parte de la organización de los programas en la asignatura de matemáticas, son los aprendizajes esperados, en ellos se señalan los conocimientos y las habilidades que los alumnos han de lograr a lo largo de los dos periodos que conforman el nivel de primaria en la Educación Básica. Es conveniente tener presente que esta organización no implica un seguimiento rígido, el programa es flexible y cada docente tiene la

libertad de organizar su práctica docente de acuerdo a las características de sus alumnos, en base a los conocimientos previos que ellos poseen.

La enseñanza y el aprendizaje de los contenidos de las fracciones debe contribuir al desarrollo de competencias matemáticas en las que se deben de utilizar procedimientos de tipo cognitivo que favorezcan habilidades del pensamiento como: anticipar, comparar, relacionar, argumentar sin olvidar el promover las actitudes hacia las matemáticas que desarrollen en los alumnos el trabajo colaborativo al mismo tiempo que la transferencia y aplicación de esos aprendizajes a situaciones de la vida cotidiana.

Lo anterior, señala directamente al docente como el principal generador de situaciones didácticas que favorezcan en los alumnos la apropiación y construcción de aprendizajes significativos relacionados con el tema de las fracciones; de ahí la importancia y la necesidad de que el docente desarrolle o fortalezca sus competencias profesionales.

Dominio conceptual del docente en el tema de las fracciones

La enseñanza de las fracciones es un tema que a los docentes les implica la necesidad de una preparación académica suficiente que le permita realizar el proceso enseñanza aprendizaje utilizando sus competencias tanto conceptuales como procedimentales para estar en condiciones de ser un guía y un orientador de sus alumnos en las situaciones que requieran este tipo de apoyos de parte del docente para el logro de aprendizajes significativos.

Tener el dominio del contenido que va a enseñar el docente, es una necesidad requerida en cualquier forma de enseñanza y de asignatura. Sin

embargo, dominar lo que se ha de enseñar no implica el tipo de enseñanza que ha de realizar el docente. Puede ser de tipo tradicional, en la que éste tiene el control total del proceso enseñanza aprendizaje y donde los alumnos permanecen callados y aparentemente atentos a lo que se les enseña y con la consigna de resolver situaciones planteadas por el docente, aquí él tiene el control total de estas situaciones de aprendizaje. Si el docente opta por la enseñanza de contenidos bajo el enfoque de la resolución de problemas, éste le va a demandar el dominio pleno del contenido o tema a enseñar porque aquí los alumnos tienen la libertad de explicar sus propios procedimientos utilizados en la construcción de los aprendizajes y el docente no tiene un control absoluto de los giros que se darán en el desarrollo del proceso enseñanza aprendizaje (García Peña, 2005).

Lo anterior implica que el docente desarrolle con sus alumnos la competencia profesional de *organizar y animar situaciones de aprendizaje* señalada por Perrenoud (2004), ésta involucra otra serie de competencias específicas que a continuación se mencionan:

- Conocer, a través de una disciplina determinada, los contenidos que hay que enseñar y su traducción en objetivos de aprendizaje.
- Trabajar a partir de las representaciones de los alumnos.
- Trabajar a partir de los errores y de los obstáculos en el aprendizaje.
- Construir y planificar dispositivos y secuencias didácticas.
- Implicar a los alumnos en actividades de investigación, en proyectos de conocimiento (p.19).

Es importante señalar que no basta con que el docente domine conceptualmente los contenidos de las fracciones, es necesario que analice el tipo de planteamientos que se proponen en los libros de texto del alumno así como la relación que tienen con los aprendizajes esperados que se señalan en los programas de cada grado. Al respecto Batanero, Cid y Godino (2003) señalan que es necesario que el docente realice el análisis de problemas sobre fracciones y números racionales en primaria y elabore listas que le permitan reflexionar sobre el tipo de planteamientos que se presentan y el grado de complejidad que le implican al alumno para la resolución de los mismos.

Con lo anterior se tiene la posibilidad de guiar y orientar a los alumnos así como el de seleccionar los materiales más apropiados que les permitan la construcción del conocimiento en este tipo de contenidos. En relación a esto Anthony y Walshaw (2013), señalan:

El conocimiento con contenido pedagógico es crucial en todos los niveles de matemática y con todos los grupos de estudiantes. Los docentes con conocimientos profundos tienen ideas claras sobre cómo construir un conocimiento procedimental y cómo ampliar y desafiar las ideas del estudiante... Los docentes con conocimientos limitados tienden a estructurar el aprendizaje y la enseñanza alrededor de conceptos discretos, en lugar de crear conexiones más amplias entre los hechos, conceptos, estructuras y prácticas (p. 25).

Lo anterior es importante realizarlo, dado que la enseñanza del tema de las fracciones en los niveles de Educación Primaria y Secundaria

constantemente evidencian la resistencia que en su adquisición, apropiación y construcción de aprendizajes significativos por parte de los alumnos son escasos y en algunos casos nulos de acuerdo a los resultados que obtienen los alumnos en estas temáticas.

Para realizar una práctica docente eficaz, es necesario que los docentes conozcan y comprendan ampliamente los temas que enseñan en matemáticas, esto les ha de permitir manejar en forma flexible los conocimientos que han de trabajar con sus alumnos así como brindarles los apoyos y las orientaciones más adecuadas. Como personas, es necesario desarrollar destrezas y habilidades para elegir y usar una variedad de estrategias pedagógicas y de evaluación. Una enseñanza efectiva demanda del docente una actitud analítica y reflexiva que involucre esfuerzos continuos de búsqueda de mejoras en su práctica educativa.

La fracción

Sus elementos

En el Plan y Programas de Estudio 2011 se contempla la enseñanza formal del concepto de fracción a partir del tercer grado de Educación Primaria. En él, a partir del tercer bloque se señalan como aprendizajes esperados que el alumno resuelva problemas de reparto, cuyo resultado sea una fracción de la forma $m/2n$ en el eje sentido numérico y pensamiento algebraico del contenido de números y sistemas de numeración del tema del uso de fracciones, medios, cuartos, octavos, entre otras, para expresar oralmente y por escrito medidas diversas así como el resultado de repartos; posteriormente se continúa en el

bloque IV con la comparación de fracciones de igual numerador y/o denominador (SEP, 2011 a).

Ante esta situación, es necesario introducir de forma paulatina a los alumnos en la construcción de aprendizajes en los que se apropien de los elementos básicos que conforman a una fracción a partir de las nociones más elementales y significativas posibles.

Para identificar los elementos que conforman a una fracción se presenta una conceptualización, la fracción se define como un número de la forma $\frac{a}{b}$ donde a y b , son números enteros y $b \neq 0$ y $\frac{a}{b}$ se entienden como el resultado de dividir una unidad o un todo en partes iguales b y luego tomar una cantidad a de esas partes. Donde a se conoce como numerador y b como denominador de la fracción. Al respecto Marvan (2003) señala “En primaria y secundaria, se les llama fracciones a los números de la forma $\frac{a}{b}$, en la que a y b son números enteros, y el número b no es cero” (p. 1).

Es importante que el docente seleccione las mejores estrategias que permitan a sus alumnos identificar estos elementos así como la forma correcta de realizar las representaciones numéricas sin dejar de lado el trabajo que fortalezca las representaciones gráficas de las fracciones seleccionando los materiales didácticos que les permitan ir de una representación a otra en situaciones concretas de su vida cotidiana.

Tipos de fracciones

Bibb, Jarvis, y Palmer, (2003) señalan que hay tres tipos de fracciones, propias, impropias y mixtas.

A continuación se explica cada una de ellas.

Fracción propia, es aquella en la que el numerador es menor que el denominador. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$,....

Fracción impropia, es aquella en la que el numerador es mayor que el denominador, $\frac{6}{5}$, $\frac{8}{3}$, $\frac{3}{2}$,.... Para algunos autores en esta clasificación entran las fracciones que su numerador y denominador son iguales, $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{5}{5}$, pero para otros este tipo de fracciones las denominan unitarias y/o equivalentes.

Fracción mixta o número mixto, es aquel que está formado por un número entero y una fracción, $3\frac{1}{4}$, $2\frac{1}{5}$.

Las fracciones impropias se pueden convertir a fracciones mixtas.

Es importante que el docente domine este tipo de clasificación que se hace de las fracciones porque esto le va a permitir orientar adecuadamente a los alumnos ante posibles confusiones que se le puedan presentar a éstos durante la construcción de los aprendizajes.

Sus significados

Son muy diversos los significados que se pueden encontrar para conceptualizar a la fracción dependiendo de la intencionalidad con la que se esté utilizando, de ahí la complejidad de su enseñanza y de su aprendizaje.

La relación parte-todo y medida

Este significado se presenta cuando un todo, continuo o discreto, se divide en partes iguales, sean éstas de superficies o de cantidades de objetos. Aquí la fracción indica la relación que existe entre un número de partes y el

número total de partes, que se pueden formar de varios todos, enteros, (Llinares Ciscar y Sánchez García, 2000).

Al introducir a los alumnos en la comprensión de este significado, es importante que ellos clarifiquen lo que es la unidad o un todo y que la relación parte todo se realice en ambos contextos, continuos y discretos, ya que de ello dependerán la comprensión de los demás significados de la fracción.

En relación al significado de medida,

éste tiene su origen en medir cantidades de magnitudes que, siendo conmensurables, no se corresponden con un múltiplo entero de la unidad de medida. La fracción **a/b** emerge entonces de la necesidad natural de dividir la unidad de medida en **b** subunidades iguales y de tomar **a** de ellas hasta completar la cantidad exacta deseada (SEP, 2011 a, p. 317).

La figura 2 muestra un ejemplo de este tipo de significado de la fracción, utilizado en una evaluación estandarizada.

Para Kieren (1980), citado por Perera y Valdemoros (2007, p. 212), “la fracción como medida es reconocida como la asignación de un número a una región o a una magnitud (de una, dos o tres dimensiones), producto de la partición equitativa de la unidad”.

Pregunta	Grado de Dificultad	Unidad	Tema	Propósito	Respuesta correcta
14	Medio	Significado y uso de las operaciones	Problemas aditivos	Resolver problemas que impliquen el uso de la fracción en contextos de medida.	C

14. Tres amigos caminaron en una cuadra, Hugo recorrió $\frac{2}{6}$ de la longitud total de la cuadra, Mario $\frac{4}{8}$ partes y Paco $\frac{3}{12}$ partes. ¿Quién va en primer lugar, quién en segundo y quién al final de la cuadra?

A) 1º Paco 2º Mario y 3º Hugo.

B) 1º Mario 2º Paco y 3º Hugo.

C) 1º Mario 2º Hugo y 3º Paco.

D) 1º Hugo 2º Mario y 3º Paco.

Porcentaje de respuestas por opción y estrato:

	PARTICULAR	GENERAL	INDÍGENA	CONAFE	NACIONAL
A	20	27	29	26	26
B	21	21	23	21	21
C	36	27	23	19	27
D	23	25	25	34	25

Fuente Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE) 2011.

Figura 2. Ítem utilizando el significado de la fracción como medida.

Otra alternativa para favorecer la enseñanza de este significado de medida es, utilizar la recta numérica para familiarizar a los alumnos con este significado de la fracción a través de la localización de fracciones como puntos en la recta numérica. Es un recurso que le permite hacer comparaciones simples entre una medida y otra, “el manejo de la representación de fracciones a través de la recta numérica debe ayudar al niño a *conceptualizar* las relaciones parte todo en un contexto y reconocer contextos equivalentes que proceden de nuevas divisiones de la unidad” (Llinares Ciscar y Sánchez García, 2000, p. 61).

La fracción como cociente

Significado que enfatiza la fracción $\frac{a}{b}$ como la operación de dividir un número natural entre otro no nulo. En este caso, la fracción es el resultado de una situación de reparto donde se busca conocer el tamaño de cada una de las partes resultantes al distribuir a unidades en b partes iguales.

Kieren (1980), citado por Perera y Valdemoros (2007, p. 212), define “la fracción como cociente la refiere como el resultado de la división de uno o varios objetos entre un número determinado de personas o partes”.

Este significado se utiliza cuando se hacen planteamientos a los alumnos de la forma de repartos como se muestra.

“Tenemos dos barras de chocolate y las queremos repartir entre cinco niñas, de manera que a cada una le toque lo mismo, ¿qué fracción de la barra de chocolate le tocará a cada niña?

La interpretación de la fracción es $\frac{2}{5}$, es decir, a cada niña le tocan dos quintas partes de una barra de chocolate. Sin embargo este significado es difícil de comprender para los alumnos, aun para los que cursan los grados superiores de educación primaria.

La fracción como razón

Este significado presenta ciertas dificultades en su enseñanza de acuerdo a lo que reportan algunas investigaciones, al respecto Flores y Morcote (2001) señalan:

Si la fracción se usa para mostrar la relación entre dos cantidades de determinada magnitud, es decir se establece un índice de comparación entre esas partes, se habla de la fracción como razón...comparar situaciones: una relación entre dos números naturales que son las medidas de dos cantidades asociadas. En este caso, no se habla de partir o fraccionar...no existe definido un todo, o una unidad. Cuando hay una

relación entre a y b (una razón), todo cambio en a producirá un cambio en b (p. 454).

La enseñanza de este significado de la fracción puede abordarse desde situaciones contextualizadas y en escenarios cotidianos que vive el alumno al manejar la fracción como razón en el cálculo de porcentajes.

Para Kieren (1980), citado por Perera y Valdemoros (2007, p. 212), “la fracción como razón es la comparación numérica entre dos magnitudes”.

Este significado permite realizar, índices comparativos, entre dos cantidades de una magnitud, es decir, realizar comparación de situaciones. Se puede utilizar para realizar comparaciones entre cantidades, alturas, las escalas de dibujos de mapas y planos; en la preparación de recetas entre otros usos.

Este significado también se encuentra asociado a los contextos de probabilidad y porcentajes (Llinares Ciscar y Sánchez García, 2000).

El manejo de este significado con los alumnos, requiere que éstos ya dominen el significado fundamental de la relación parte-todo.

La fracción como operador

Significado que hace actuar a la fracción como transformador o función de cambio de un determinado estado inicial. Así, la fracción a/b empleada como operador es el número que modifica un valor particular n multiplicándolo por a y dividiéndolo por b . Los porcentajes, por ejemplo, son un caso particular de fracción como operador (SEP, 2011 e, p. 365).

El papel de la fracción como operador “es la de transformador multiplicativo de un conjunto hacia otro conjunto” (Kieren, 1980) citado por Perea y Valdemoros (2007, p. 212).

Con la finalidad de complementar las explicaciones de los diferentes significados de las fracciones que se han hecho en los apartados anteriores, se retoman las aportaciones de varios autores que los abordan con explicaciones que permiten la comprensión de ellos así como establecer las diferencias entre uno y otro significado (Ver Tabla 1).

Material manipulable en el uso de las fracciones

La enseñanza y el aprendizaje en el tema de las fracciones, es complicado, por un lado para que el docente logre que el alumno comprenda este tipo de contenidos y de parte del alumno, para que éste se apropie de los mismos. Lo anterior se agudiza cuando el docente emplea sólo representaciones numéricas y/o gráficas contenidas en textos sean del libro de texto oficial o de algunos otros materiales impresos. Al respecto se señala:

el desarrollo del pensamiento matemático se inicia en los primeros grados a partir de la manipulación de materiales concretos que permiten a los niños establecer patrones y relaciones, hacer predicciones y preguntas, proponer respuestas y estructurar explicaciones. Conforme nuestros alumnos avanzan en la educación básica, el razonamiento y la argumentación se van volviendo independientes de la actividad concreta y se hace posible trabajar con ideas, explicaciones, conjeturas y teorías.

Así, se transita del pensamiento concreto al pensamiento abstracto y es posible desarrollar el pensamiento matemático (SEP, 2012, p. 66).

En base a lo anterior, el docente debe de tener presente que los alumnos en el nivel de educación primaria se encuentran en el periodo de las operaciones concretas de acuerdo a lo que establece Piaget en su teoría psicogenética por lo tanto es de suma importancia que en el diseño de situaciones didácticas considere el uso de este tipo de materiales que faciliten en los alumnos el transitar de lo concreto a lo abstracto en el dominio del tema de las fracciones.

Realizar la enseñanza de las fracciones es un reto para los docentes debido a lo complejo del tema y las dificultades para trasladar todos los significados del mismo a situaciones de la vida cotidiana. En una investigación realizada por Ríos (2009) en la que se diseñaron diversas situaciones didácticas con la finalidad de desarrollar en los alumnos competencias procedimentales en contenidos referidos a las fracciones, se pudieron obtener algunas conclusiones. Al diseñar situaciones didácticas es necesario favorecer la:

- a) Representación de fracciones en la recta real.
- b) Resolución de problemas.
- c) Traslación de representación gráfica al símbolo y del símbolo al símbolo (p. 330).

Lo anterior va a permitir a los alumnos la construcción de conocimientos significativos, dado que el trabajar este tema con material manipulable le va a facilitar el realizar abstracciones para la comprensión de las representaciones simbólicas de las fracciones.

Capítulo 3. Metodología

Enfoque

Los procedimientos cualitativos, de acuerdo a lo que señala Creswell (2009), permiten realizar investigaciones que aportan transformaciones en el ámbito educativo al final de las mismas. Por este motivo, el presente proyecto de investigación se diseñó con un enfoque cualitativo dado que se pretendió transformar las prácticas pedagógicas tradicionales en la enseñanza de las fracciones mediante el diseño de estrategias de enseñanza en las que se utilizó material manipulable que permitió a los alumnos interactuar y manipular objetos que facilitaron la adquisición de aprendizajes significativos relacionados con los contenidos de fracciones. Se hizo una selección de actividades en las que prevaleció el juego didáctico para el reforzamiento de los aprendizajes significativos.

La investigación cualitativa permite observar y analizar las interacciones que se dan en los procesos de aprendizaje. Pérez Serrano (2004) retoma el concepto de Watson-Gegeo (1982) quien explica que la investigación cualitativa consiste en

descripciones detalladas de situaciones, eventos, personas, interacciones y comportamientos que son observables. Además, incorpora lo que los participantes dicen, sus experiencias, actitudes, creencias, pensamientos y reflexiones, tal y como son expresadas por ellos mismos (p. 46).

Las características de la investigación cualitativa permiten que ésta sea flexible, en donde el investigador es sensible a las situaciones que rodean a los sujetos de estudio, a la vez que le permite vivir y experimentar la realidad tal y como la viven y la experimentan ellos. Este tipo de investigación también conserva en todo momento un enfoque humanista en el que no se pierde de vista las situaciones que envuelven a los sujetos de estudio (Pérez Serrano, 2004).

Por todo lo expuesto, este tipo de investigación es el más adecuado para lograr las transformaciones antes mencionadas.

Estrategia de indagación

Para el desarrollo de esta investigación cualitativa se seleccionó la estrategia de investigación-acción pedagógica; ésta tiene una gran variedad de significados y múltiples orientaciones metodológicas. Para Latorre (2007), la investigación-acción es “un término genérico que hace referencia a una amplia gama de estrategias realizadas para mejorar el sistema educativo y social” (p. 23).

De acuerdo a lo que señala Latorre (2007), ésta es la más adecuada para realizar un proceso de investigación de tipo social como lo es la educación en la que se pueden explorar procesos, actividades o eventos y en este caso lo que se investigó es relacionado con el proceso de enseñanza-aprendizaje y las dificultades que enfrentaban los docentes en la enseñanza de los contenidos referentes a las fracciones que son parte de los programas de estudio en los grados de tercero a sexto del nivel primaria de la Educación Básica.

La historia y los antecedentes de la investigación acción pedagógica datan de la década de los 40 en Estados Unidos, con Kurt Lewin y en los 70 con Carr y Kemmis. Para esta investigación se consideraron las definiciones de Latorre y la de Colmenares y Piñero (2008) para expresar la conceptualización que el investigador tiene de esta metodología en el ámbito educativo y que fue la forma como se interpretó para esta investigación:

La investigación acción constituye una opción metodológica de mucha riqueza ya que por una parte permite la expansión del conocimiento y por la otra va dando respuestas concretas a problemáticas que se van planteando los participantes de la investigación, que a su vez se convierten en co-investigadores que participan activamente en todo el proceso investigativo y en cada etapa o eslabón del ciclo que se origina producto de las reflexiones constantes que se propician en dicho proceso (p. 105).

De acuerdo a lo anterior, en las fases de la investigación se evidenció el curso que fue siguiendo ésta, producto de las participaciones de los sujetos que intervinieron en la misma.

Procedimientos y análisis de los datos.

El desarrollo de la investigación se realizó en dos fases: la de diagnóstico y la de intervención. En cada una se utilizaron técnicas e instrumentos que permitieron la recogida de datos así como el análisis de los mismos. En cada una de las fases se detallan los procedimientos que se siguieron.

Fase diagnóstica.

En esta primera fase, la investigación-acción tiene un propósito bien definido, al respecto Suárez Pazos (2002) menciona:

La primera fase de la i-a es la determinación de la preocupación temática sobre la que se va a investigar. No se trata de identificar problemas teóricos de interés para los investigadores, sino de problemas cotidianos vividos como tales por los docentes, que puedan ser resueltos a través de soluciones prácticas (p. 44).

Dado lo anterior, el investigador tuvo un primer acercamiento con las posibles problemáticas que pudieran estar presentes en el centro educativo donde se realizó la investigación.

En todo proyecto de investigación, es muy importante realizar una recogida de datos y analizarlos de la forma más adecuada y realista posible. Para ello es importante elegir una metodología pertinente así como los momentos e instrumentos de evaluación que reflejen de manera precisa los resultados de la misma.

El primer acercamiento que permitió detectar la problemática motivo del proyecto de investigación fue de tipo documental de fuentes primarias; al respecto Danhke (1989) citado por Bisquerra Alzina (2009) señala: “Las fuentes de información primarias son los documentos sobre los que se escribe directamente y proporcionan datos de primera mano...ejemplos de fuentes primarias son: libros específicos, artículos de revistas especializadas, monografías, ponencias, ...capítulos de libros, documentos oficiales...”(p. 100).

Dado lo anterior, la revisión y el análisis de los resultados obtenidos por los alumnos en las pruebas externas ENLACE, fue el punto de partida de esta investigación. Esta información oficial, es presentada por la SEP tanto impresa como en forma digital con el propósito de informar a la sociedad –docentes, alumnos, padres de familia, autoridades educativas- de los resultados que obtienen los alumnos en los Niveles de Primaria y Secundaria de Educación Básica

Los resultados obtenidos en la fase diagnóstica corresponden al análisis de los niveles de desempeño que obtuvieron los alumnos en las evaluaciones externas realizadas por la Secretaría de Educación Pública: ENLACE. En ellas los alumnos de la escuela donde se realizó la investigación, se ubicaron en los niveles de desempeño de insuficiente y elemental en la asignatura de matemáticas (Ver gráfico 1).

Aun cuando este tipo de resultados fue muy similar en las tres asignaturas motivo de la evaluación: español, matemáticas y ciencias, se optó por matemáticas ya que ésta es considerada una asignatura instrumental al igual que la de español, sin embargo en ella ya se han implementado diferentes recursos y estrategias de apoyo a través del Programa Nacional de Lectura y Escritura (PNLE).

Lo anterior motivó el interés por analizar cada uno de los reactivos que integran el referido instrumento de evaluación así como la complejidad que se emplea en ellos para determinar los niveles de desempeño académico alcanzados por los alumnos y el desarrollo de competencias. Así como

investigar y determinar algunos factores que influyeron para obtener esos niveles de desempeño bajos con la finalidad de orientar a los docentes en la selección y diseño de estrategias de enseñanza así como de materiales y/o recursos didácticos que favorezcan una intervención pedagógica adecuada con sustentos sólidos que permitan desarrollar en los alumnos los conocimientos y las habilidades cognitivas que les faciliten la resolución de planteamientos matemáticos en temas de la asignatura de matemáticas de forma correcta.

Posterior a un primer acercamiento del problema de los bajos resultados del desempeño de los alumnos en la asignatura de matemáticas y con la finalidad de delimitar la problemática, se utilizó la técnica de la entrevista, que Pérez Serrano (2004) conceptualiza como “una conversación intencionada. En la entrevista dos o más personas entran a formar parte de una situación de conversación formal, orientada hacia unos objetivos precisos” (p. 215).

Para la realización de la entrevista se utilizó como instrumento un cuestionario de preguntas abiertas, éstas “permiten al encuestado responder con sus propias palabras. Se suelen emplear cuando se dispone de poca información sobre un tema...” (Icart Isern y Pulpón Segura, 2012, p. 127). Éste se aplicó a 12 docentes frente a grupo que atendían los grados de tercero a sexto y con ello detectar la raíz del problema motivo de la investigación (Ver apéndice A).

El propósito de la actividad del diagnóstico fue conocer el tema de enseñanza en la asignatura de matemáticas que les generó mayor dificultad para lograr la comprensión y la construcción de aprendizajes en sus alumnos.

Así como conocer qué estrategias didácticas utilizaron en esa temática para su enseñanza y el tipo de material concreto que emplearon para favorecer la enseñanza.

Para recabar la información se utilizó la grabación de audio y posteriormente se realizó una transcripción de las entrevistas aplicadas a los docentes, mismas que permitieron detectar el problema que presentaron ellos en la enseñanza de una de las temáticas de la asignatura de matemáticas (Ver apéndice B).

Una vez detectado el tema que prevaleció de acuerdo al análisis de las entrevistas, el siguiente paso en la fase de diagnóstico fue la elaboración de constructos. Revisar la teoría sobre la validez de constructos permitió elaborar los constructos y validarlos con los expertos para delimitar la problemática detectada (Astorga, 1991).

Como resultado de la fase diagnóstica y con la finalidad de transformar las prácticas docentes tradicionales, se implementó una estrategia que se describe en la segunda fase de la metodología del proyecto de intervención.

Fase de intervención

Para el desarrollo de la fase de intervención se eligió la estrategia del Taller Educativo dado que según Maya Betancourt (2007):

El taller, en el lenguaje corriente, es el lugar donde se hace, se construye o se repara algo....Desde hace algunos años ha perfeccionado el concepto de taller, extendiéndolo a la educación. La idea de ser un lugar donde varias personas trabajan cooperativamente para hacer o reparar

algo, lugar donde se aprende haciendo junto a otros; ha motivado la búsqueda de métodos activos en la enseñanza (p. 11).

Por lo anterior y con la finalidad de que en el taller se resolviera de manera colaborativa el problema que enfrentaban los docentes en la enseñanza del tema de las fracciones, la estrategia se aplicó a 12 docentes responsables de los grados de tercero a sexto de una escuela urbana de nivel primaria que labora en el turno matutino.

Acciones

Diseño del taller.

Nombre: Diseño de estrategias para la enseñanza de las fracciones utilizando material concreto.

Duración del taller: tres meses (agosto, septiembre y octubre).

Sesiones: 3 sesiones de 2 horas cada una.

Para la recogida de datos en la fase de intervención y durante las tres sesiones del taller, se utilizó la técnica de la observación mediante la videograbación de las sesiones del taller. Al respecto de esta técnica Urbano y Yuni (2006) la definen como:

Una técnica de recolección de información consistente en la inspección y estudio de las cosas o hechos tal como acontecen en la realidad –natural o social- mediante el empleo de los sentidos –con o sin ayuda de soportes tecnológicos-, conforme a las exigencias de la investigación científica y a partir de las categorías perceptivas construidas a partir y por las teorías científicas que utiliza el investigador (p. 40).

En esta investigación se contó con la ayuda de soportes tecnológicos dado que las sesiones fueron video-grabadas de las que posteriormente se hizo el video-registro.

Otro instrumento utilizado fue el registro anecdótico que permitió registrar aspectos que se escaparon a la videograbación. Este instrumento lo define McKernan (2001) como:

descripciones narrativas literales de incidentes y acontecimientos significativos que se han observado en el entorno de comportamiento en el que tiene lugar la acción. Estos registros se centran en la narración, la conversación y el diálogo y proporcionan resúmenes breves agudamente incisivos de puntos que quedan fijados en nuestra mente mucho después del acontecimiento (p. 88).

Durante la primera sesión del taller los docentes analizaron los resultados obtenidos por los alumnos en las evaluaciones externas ENLACE en las que se pudieron observar los resultados insuficiente y elemental que obtuvieron los alumnos en ellas.

Los docentes y el investigador revisaron los puntos más relevantes de los resultados obtenidos durante las entrevistas realizadas, para detectar los temas que generaron mayor grado de dificultad en los temas de matemáticas.

En ellos lograron descubrir que el tema elegido por los docentes fue el tema de las fracciones.

Durante la segunda sesión del taller, los docentes fueron los responsables de seleccionar y rediseñar las estrategias más adecuadas que les permitieran

realizar la enseñanza de los contenidos de las fracciones incluidas en el tema números y sistemas de numeración del eje sentido numérico y pensamiento algebraico en la asignatura de matemáticas porque de acuerdo a lo que señala Maya (2007):

la expresión taller aplicada en el campo educativo adquiere la significación de que cuando un cierto número de personas se ha reunido con la finalidad educativa, el objetivo principal debe ser que esas personas produzcan ideas y materiales y no que los reciban del exterior (p. 12).

El investigador fue el responsable de realizar las observaciones, registros y evaluaciones formativas para verificar en qué medida se logró el propósito del proyecto de investigación.

Análisis de los datos

Para realizar el análisis de los datos recabados en la estrategia de indagación, tanto en la fase diagnóstica como en la de intervención, se utilizó un software que permitió el análisis detallado de la información: Qualrus. Éste es un programa que utiliza una serie de estrategias computacionales para ayudar con la codificación y el análisis de los datos cualitativos.

Este software se utilizó para analizar los datos obtenidos en las entrevistas y en las videograbaciones una vez que se hicieron las transcripciones y video-registros respectivos.

La información recabada se introdujo en Qualrus y una vez ahí se procedió a su revisión mediante el análisis y la ubicación de segmentos

significativos que se fueron codificando y agrupando en categorías para ir guiando la investigación. Al respecto Creswell (2009) recomienda:

El proceso de análisis de datos requiere de dar sentido a los datos utilizados sean textos o imágenes....requiere preparar los datos para su análisis realizando diferentes tipos de análisis moviéndose hacia una comprensión más profunda y compleja de los datos...representando los datos y generando una interpretación más completa de los significados (p. 169).

Lo anterior, permitió establecer categorías en las dos fases de la estrategia de indagación; éstas facilitaron la organización y presentación de los resultados, en este apartado del proyecto de investigación.

Cuestiones éticas de la investigación

El investigador tomó algunas consideraciones relacionadas con la confidencialidad al momento de realizar la recogida de datos así como el análisis de los mismos.

Comunicó a los sujetos participantes que la información que ellos expresaron al participar en las diferentes técnicas de investigación así como al dar respuesta a los diversos instrumentos empleados en la investigación únicamente sería utilizada con fines académicos y que su identidad permanecería en anonimato. Al respecto Creswell (2009) expresa “el código ético de confidencialidad de los investigadores... es para proteger la privacidad de los participantes y dar a conocer dicha protección a todos los individuos que participan de un estudio” (p. 102).

Dado lo anterior, para realizar la recogida de datos, así como para el análisis de los mismos, se crearon los siguientes códigos evitando mencionar en forma literal a los participantes de la investigación.

Para identificar los datos relacionados en la fase diagnóstica con los segmentos identificados se establecieron los códigos:

E, para la entrevista, seguida de los números 3, 4, 5 o 6 para señalar el grado que atendían los docentes titulares de cada grupo, enseguida la literal A, B o C para identificar los grupos de cada grado quedando establecidos los códigos de la siguiente manera: E3A, E3B, E3C, E4A, E4B, E4C, E5A.....E6C.

En la fase de intervención se asignaron la literal V para referirse al video-registro, para designar al docente los números 3, 4, 5 o 6 para señalar el grado atendido seguido de la literal A, B o C para diferenciar los grupos de cada grado, quedando establecidos de la siguiente forma: V3A, V3B, V3C.....V6C.

En el registro anecdótico se utilizaron las literales RA seguida de los números 3, 4, 5 o 6 para identificar el grado del docente así como las literales A, B o C para diferenciar los grupos de cada grado. Para señalar las participaciones de la directora de la institución en este mismo instrumento, se utilizó RA seguido de la literal D, quedando establecido RAD.

Las codificaciones permitieron al investigador identificar a cada uno de los sujetos participantes sin poner en riesgo la confidencialidad y el anonimato de los mismos.

Capítulo 4. Resultados

Fase diagnóstica

Temas con mayor grado de dificultad para su enseñanza en la asignatura de matemáticas

De la revisión y análisis de los resultados obtenidos por los alumnos en las evaluaciones externas ENLACE, se encontró que más del 50 % obtuvieron niveles de desempeño insuficiente y elemental.

Dado lo anterior, el investigador aplicó una entrevista a 12 docentes frente a grupo que atendieron los grados de tercero a sexto debido a que son en estos grados en donde los alumnos son sometidos a este tipo de evaluaciones desde el año 2006; la entrevista se realizó con la finalidad de detectar cuáles fueron los temas que les generaron mayor dificultad en la enseñanza de los contenidos de la asignatura de matemáticas.

Al cuestionar a los docentes, ellos dieron respuestas que permitieron identificar una problemática presente en su práctica docente. Al respecto compartieron diversas opiniones así como sus argumentos. Uno de los docentes comentó:

E3A: Bueno, yo, en lo personal, considero que el tema que más se les dificulta a los niños y que no he encontrado la manera de que me lo entiendan son las fracciones, y específicamente, las fracciones equivalentes. Porque cuando hablamos de fracciones, solamente el entero lo fraccio pues más o menos sí captan que el numerador, que el denominador, que cómo se llama... Pero ya a la hora de empezar a

comparar fracciones equivalentes es en donde empieza la patinada porque no... no... La mayoría no... no alcanzan a comprender el proceso y si lo hago de manera grupal pues como siempre son 2 o 3 los que te contestan y los que te explican pero los demás se quedan en la misma y no. Yo... Yo en lo personal es ese el tema con el que más le batallo.

Otros de los entrevistados hicieron sus aportaciones y fue evidente la reiterada aparición de los problemas a los que se enfrentan los docentes:

E3B: Bueno, sí. Sí coincido con las fracciones pero yo donde más he estado batallando es en las tablas, o sea, no las... se las saben, saben el procedimiento, saben que tienen que estar sumando, o sea, la misma cantidad, vaya, cada que van multiplicando, pero no las... no las manejan; o sea, ya cuando les pones así salteadas o les pones una operación o tienen que aplicar una operación, no dan.

E3C: En el caso de tercero C serían también las multiplicaciones que nos afectan las operaciones básicas que son la multiplicación y la división, ahorita ya al final. Los niños a la hora de repartir, si no se saben las tablas de multiplicar no podemos entrar a las divisiones. Hemos entrado a lo que es las más facilitas de dos cifras, pero al pasar de tres o cuatro, ya. Porque nos faltan las tablas de multiplicar, pero no es tanto que no se los enseñen, sino que hay que estarlos practicando, práctica y práctica, en casa y aquí.

Los docentes aun cuando mencionaron tres temas que consideraron fueron los que les resultan con mayor grado de dificultad en su enseñanza y

lograr que los alumnos consigan construir aprendizajes, quedó evidenciado que la enseñanza de las fracciones en este grado es el que ellos consideraron el más frecuente. Es conveniente resaltar que es en este grado donde se inicia de manera formal la enseñanza de las fracciones con el significado de parte-todo en las que los alumnos aprenden a representar en forma gráfica y numérica las fracciones.

Kieren (1983, 1984, 1985, 1988, 1992, 1993), Freudenthal (1983), Figueras (1988, 1996), Valdemoros (1993, 1997, 2001), Pitkethly y Hunting (1996), Perera y Valdemoros (2002), citados por Perera y Valdemoros (2007), admiten que “las fracciones son uno de los contenidos de las matemáticas que presentan dificultades para su enseñanza y aprendizaje, principalmente, en los niveles básicos de educación” (p. 210).

Al responder sobre la pregunta central de la entrevista los docentes de cuarto grado expresaron lo siguiente:

E4A: Yo pienso que el tema que más se dificulta son las fracciones.

E4B: Para mí también el de las fracciones, pero también, este, se dificultan mucho los números naturales cuando llevan los ceros intermedios. Hemos tenido muchos problemas ahí. El niño no sabe ubicar bien dónde están los... los ceros.

E4A: Pues el tema de las fracciones siempre ha sido el coco de los niños y hemos visto los resultados muy bajos en ENLACE.

E4B: Sí, así es. Mucho, se confunden mucho con las fracciones.

E4C: Yo pienso que es más la suma cuando hay, este, fracciones diferentes. Por ejemplo: un octavo... La suma en diferentes denominadores.

Pujadas y Eguiluz (2000) citadas por Pruzzo (2012) recomiendan que en la enseñanza de este tema, es necesario “enseñar las fracciones desde todas las perspectivas, y en todas las interpretaciones posibles” (p. 5).

Al expresar sus opiniones, lo que se pudo observar en los docentes fue la falta de precisión para expresar con claridad sus ideas respecto al lenguaje utilizado para referirse concretamente a las dificultades en el tema de las fracciones. Otro aspecto que se pudo observar al hacer las interpretaciones de los datos es la insistencia de los docentes en argumentar que son los alumnos los que no aprenden pero no se cuestionaron si es un problema de aprendizaje o de enseñanza.

Perera Dzul y Valdemoros Álvarez (2007) en relación a la enseñanza de las fracciones en las escuelas del nivel primaria de México señalan “en cuarto grado es en el nivel donde se empieza a profundizar el trabajo con las fracciones, haciendo más complejo su uso a través de la resolución de problemas” (p. 212).

En el grado siguiente y de acuerdo a la categoría ya señalada los docentes de quinto grado manifestaron:

E5A: Bueno, según lo que yo he observado en los niños y el trabajo que a mí me ha costado trabajar y lograr cosas este....productivas con los niños es el trabajo con las fracciones, tanto en las fracciones comunes como en

las fracciones decimales y la relación que éstas guardan con los números decimales. Eso ha sido.....ee... un trabajo que yo he visto que se ha tenido que reforzar desde las primeras apariciones en el primer bimestre hasta lo que llevamos ahorita del ciclo escolar.

Torres Medina (2013) menciona en relación a la enseñanza de las fracciones, la importancia que implica el uso y manejo de las fracciones para su interpretación en:

la relación de orden, el desarrollo de los algoritmos de la suma y resta de fracciones de denominador diferente y la conceptualización de número racional como clase de equivalencia -considerando la clase de equivalencia como el conjunto de todas las fracciones que describen la misma relación entre la parte considerada y el todo-(p. 587).

Por lo tanto, es importante que el docente trabaje con sus alumnos el significado de la fracción parte-todo, con el propósito que los aprendizajes subsecuentes sean fáciles de construir, es decir los demás significados de la fracción. Pero no tan sólo en el aspecto gráfico o numérico de las fracciones sino utilizando una enseñanza que sea objetiva en la que se utilice el material concreto porque los alumnos de este nivel de educación primaria se encuentran precisamente en la etapa de las operaciones concretas.

Al continuar la entrevista con los docentes que atendieron los grupos de quinto, ellos hicieron los siguientes comentarios.

E5B: Para mí también lo que se me ha presentado más problemas ha representado es también lo que son las fracciones. Me ha costado porque

les falta a los niños conocer más sobre el tema. También hemos utilizado diferentes formas de aplicarlo y hemos batallado. En matemáticas, en sí, es en lo que más batallo. Es en la que más han estado batallando. Espero lograr lo que me propongo pero aun así estamos batallando en eso.

E5C: En mi caso me ha faltado o bueno, ha faltado algo así como que el aprendizaje significativo porque lo vemos en el momento y muy bien, se comprende al momento. Pero ya al siguiente día o la otra semana, ya se les olvida. No he encontrado la estrategia adecuada, en la conversión de fracciones a decimales, las fracciones propias, las impropias, ya si invierten un número más grande arriba, ahí se destantean. Lo hemos visto en ENLACE, yo en este caso fui a pedir los cuadernillos, medio le dimos una repasada y casi la mayoría de las cuestiones donde llevan fracciones decimales, casi todas están equivocadas. Yo considero, verdad, que hace falta una estrategia para que el conocimiento y aprendizaje sean significativos para la vida.

Los resultados demostraron que entre más se avanza en el grado que atienden los docentes, las dificultades que ellos expresan en la enseñanza de las fracciones es mayor y más amplios los aspectos en el que detectan deficiencias en sus alumnos, en el aprendizaje de las mismas. Además, los docentes expresan que cuando ellos reciben a sus alumnos en el grado que les toca atender, ellos dan por hecho que los alumnos ya cuentan con los conocimientos necesarios que les permitan acceder a otros conocimientos de

mayor complejidad y no es así y ellos tienen que adecuarse a lo que los niños saben y en el tema de las fracciones hay alumnos que ni siquiera saben las partes que componen a una fracción.

Al entrevistar a los docentes que atendieron el grado de sexto, algunas de sus respuestas fueron las que a continuación se muestran.

E6A: Para mí el tema de las fracciones es el que he notado mucha dificultad porque se aplica de varias maneras. La dificultad que ellos traen desde un principio es simple y sencillamente con el no entender, no comprender que es el numerador y que es el denominador. Desde el dividir figuras, desde sumar fracciones, restar fracciones, multiplicar fracciones, desde cuando comparamos con porcentajes, desde que convertimos de fracción a número decimal y viceversa y tiene muchas aplicaciones, en la recta numérica la ubicación de las fracciones tiene mucho, mucho, mucho que ver con el proceso que seguimos, tiene mucho que ver porque muchos ejercicios de matemáticas vienen relacionados con las fracciones y muchos tienen que ver con algún otro tema, con el tema de proporcionalidad, Eso es lo que yo he notado en los niños.

Aun cuando el docente explicó que las fracciones se utilizan de varias maneras, no especificó de forma precisa los diferentes significados de las fracciones.

Es importante que el docente esté bien documentado conceptualmente en el tema de los números racionales y diferenciar adecuadamente desde qué

significado se está abordando el tema de las fracciones. En relación a esto García, González y Salazar (2011) señalan:

El estudio de las fracciones constituye una parte importante de la aritmética escolar en la primaria porque permiten comprender fenómenos y situaciones del mundo real asociados a actividades. Sin embargo la mayoría de las veces las propuestas didácticas sólo enfatizan por separado el reconocimiento de las notaciones fraccionarias y los algoritmos para operar las fracciones se constituyen en los ejes centrales de la enseñanza (p. 646).

Por todo lo expuesto, el tema que los docentes consideraron que es el que les presenta mayor dificultad en su enseñanza, para que los alumnos logren la construcción de aprendizajes significativos fue el de las fracciones en los grados de tercero a sexto del nivel de primaria.

Fase de intervención

Dominio conceptual y metodológico en la enseñanza de las fracciones

Durante la primera sesión de la etapa de intervención a través de la estrategia del Taller Educativo, los docentes de la escuela donde se realizó la investigación tuvieron la oportunidad de intercambiar experiencias que han tenido en su práctica docente en la enseñanza de las fracciones.

Debilidad conceptual de los docentes en el tema de las fracciones

El tema de las fracciones se aborda de manera formal en el tercer grado de educación primaria. Los docentes realizan la enseñanza de este tema, pero ¿a partir de cuáles referentes teóricos?

Al respecto de la forma en que se abordan estos contenidos con los alumnos, los docentes comentaron diversas situaciones, que se presentan a continuación.

RA4A: Yo les enseño a mis alumnos de acuerdo a los aprendizajes esperados que señala el programa. Que identifiquen el numerador, el denominador y los representen en figuras.

RA3B: Los pongo a resolver ejercicios para que aprendan a representar las fracciones...que $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, y que sepan cuáles son las partes de la fracción, el numerador y el denominador.

RA5A: Bueno, yo también les enseño las fracciones pero ya en quinto está más difícil y muchos niños ni siquiera saben cuál son las partes de la fracción y si hay que sumar o multiplicar fracciones es más difícil de que te entiendan.

RA5B: A mí me han servido mucho los repasos con los reactivos de ENLACE y también con los Desafíos Matemáticos.

Los docentes en ningún momento se refirieron a los distintos significados de las fracciones. Cuando se les hizo la pregunta en relación a esto, la respuesta generalizada fue “fracción” es tomar una parte de un todo. Con lo anterior queda de manifiesto que ellos se refirieron al significado de la fracción como relación parte-todo.

Otro docente expresó:

RA6A: Bueno, en sexto a los alumnos se les enseñan las fracciones pero ya con la dificultad de que las escriban como fracción o como decimal.

Fue evidente descubrir que no se tiene el dominio conceptual sobre la fracción o números racionales y sus diferentes significados. Por lo que fue necesario hacer un análisis sobre este tema.

Al respecto del conocimiento didáctico del contenido Borko y Putnam (1996), citados por Marcelo y Vaillant (2009), señalan que éste

Se vincula con la forma como los profesores consideran que hay que ayudar a los estudiantes a comprender un determinado contenido. Incluye las formas de representar y formular el contenido para hacerlo comprensible a los demás, así como un conocimiento sobre lo que hace fácil o difícil aprender concepciones y preconcepciones que los estudiantes de diferentes edades y procedencias traen con ellos acerca de los contenidos que aprenden (p. 28).

Durante la revisión de los materiales bibliográficos para documentarse sobre el tema de las fracciones y sus diferentes significados, los docentes expresaron lo importante que es el que ellos tengan ese conocimiento y uno de ellos comentó:

RA3C: Sería bueno que siguiéramos así, revisando temas que son difíciles y que en muchas ocasiones ni nosotros podemos resolver los ejercicios del libro y nos tenemos que juntar para contestarlos primero y poderlos enseñar a los alumnos. Yo...todavía me acuerdo de los talleres a los que íbamos al Centro de Maestros a contestar aquellos libros de matemáticas que nos explicaban como contestar los libros y qué ejercicios ponerles a los niños para que entendieran. No se me olvidan los

ejercicios para contar en base cinco para que nosotros pudieramos comprender lo difícil que es para los niños aprender el sistema de numeración decimal.

Pero no basta con tener el dominio conceptual de los contenidos o temas que se les han de enseñar a los alumnos, es necesario que el docente tenga un amplio repertorio metodológico que le permita realizar el proceso enseñanza aprendizaje de forma innovadora, dinámica e interesante para que los alumnos logren la construcción de aprendizajes significativos.

Estrategias didácticas

Durante el desarrollo de la segunda sesión del Taller Educativo, los docentes se organizaron por equipos de trabajo. En ellos se dieron a la tarea de revisar diversas estrategias didácticas para realizar la enseñanza de las fracciones.

Algunas de las estrategias revisadas fueron aportadas por algunos docentes de la institución y otras fueron proporcionadas por el investigador.

Al inicio de la sesión, antes de iniciar la revisión de las estrategias, fue importante diferenciar conceptualmente las estrategias de aprendizaje de las estrategias de enseñanza retomando las conceptualizaciones de algunos autores debido a que los docentes señalaron de forma ambigua estos conceptos.

Durante el intercambio de experiencias se cuestionó a los docentes sobre las estrategias de enseñanza que han implementado para enseñar el tema de las fracciones. Al respecto algunos de ellos expresaron:

RA4C: Yo utilizo los ejercicios que vienen en los libros y algunos que vienen en las guías como las de “Laboratorio”, esas están bien buenas.

RA3A: A mi la estrategia que me ha funcionado es la de hacer ejercicios en hojas de máquina con figuras geométricas en las que los alumnos representan $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ y así porque en tercero están sencillos los ejercicios.

En relación a lo que expresaron los docentes, se pudo observar que no hay una estrategia de enseñanza diseñada para lograr que los alumnos construyan aprendizajes significativos en relación a algunos de los diferentes significados de las fracciones.

La estrategia más frecuente implementada es el uso de los ejercicios del libro que en ocasiones se resuelven como tarea para realizar en casa. En relación a esto Rodríguez Ruíz (2003) menciona:

La realidad nos muestra que, en la mayoría de los casos, la enseñanza de las matemáticas se realiza de una forma casi dogmática, y no es extraño que un profesor piense en su programa como un conjunto de contenidos que encajan en un orden lógico desconectado del orden histórico o didáctico (p. 7).

Lo anterior sustenta lo observado en relación a lo que realizan los docentes en el centro educativo donde se desarrolló la investigación y esta situación está presente no sólo en la enseñanza del tema de las fracciones sino en otros temas del currículo.

Con el propósito de fortalecer en los docentes el aspecto conceptual en lo referente a las estrategias de enseñanza, se les presentó la que señala Díaz-

Barriga Arceo y Hernández Rojas (2002) citando a Mayer (1984); Shuell (1988); West, Farmer y Wolf (1991) quienes expresan que “son procedimientos que el agente de enseñanza utiliza en forma reflexiva para promover el logro de aprendizajes significativos en los alumnos” (p. 141).

En relación a las estrategias de aprendizaje, se les presentó lo que menciona Monereo (2007), éstas

Son procesos de toma de decisiones -conscientes e intencionales- en los cuales el alumno elige y recupera, de manera coordinada, los conocimientos que necesita para cumplimentar una determinada demanda u objetivo, dependiendo de las características de la situación educativa en que se produce la acción (p. 26).

El concepto anterior se contrastó con el de Beltrán (1996, citado por Gallardo Cruz y Trianes Torres , 2004, p. 443), quien señala:

Las estrategias de aprendizaje no son otra cosa que las operaciones del pensamiento enfrentado a la tarea del aprendizaje. Podemos imaginarlas como las grandes herramientas del pensamiento puestas en marcha por el estudiante cuando éste tiene que comprender un texto, adquirir conocimientos o resolver problemas.

Esto se hizo para que a los docentes les quedara claro que una estrategia de aprendizaje tiene que ver con los procesos que realizan los alumnos para apropiarse de los conocimientos que el docente quiere que él construya y las estrategias de enseñanza son las que tienen que ver con la forma en que el docente presenta los contenidos y/o las temáticas así como las formas más

convenientes con los recursos que permitan al alumno apropiarse de esos conocimientos.

Una vez que a los docentes les quedó claro lo que es una estrategia de enseñanza, se procedió a seleccionar y rediseñar las estrategias que consideraron las más adecuadas para la enseñanza de las fracciones. Algunos de los comentarios que ellos expresaron se muestran a continuación.

RA6A: Bueno, yo he trabajado de varias maneras el tema de las fracciones, utilizando ejercicios impresos de diferentes guías de apoyo a las que les saco copias y se las doy a los alumnos y así es como trabajo aparte de los ejercicios que se presentan en el libro de matemáticas.

RA3B: Yo también uso los ejercicios del libro pero me gustaría emplear otras que les agraden más a los alumnos.

RA4C: Yo quisiera utilizar alguna estrategia en la que todos los alumnos se interesen y participen porque algunos a la hora que les estoy explicando no están atentos.

RA5C: Yo he utilizado las regletas para trabajar las fracciones y si me han funcionado, me gustaría volver a utilizarlas. También he utilizado las hojas cuadriculadas en las que los niños hacen dibujos de figuras como cuadrados, rectángulos y círculos y luego los dividen en medios, cuarto, tercios, octavos. Después representan las fracciones.

RA6A: A mi me gustaría aplicar la que ya trabajamos con la maestra en junio, esa de los dados, con la que jugamos con los dados a representar las fracciones donde un dado representaba el numerador y el otro el

denominador y luego las representamos en la recta numérica. Esa sí les gustaría a los alumnos.

Después de revisar las estrategias comentadas por los docentes y las que les presentó el investigador, ellos decidieron elegir las estrategias del juego didáctico de mesa. Al respecto del juego como herramienta implementada para aprender Bañeres, y otros, (2008) señalan:

Los educadores en matemáticas han descubierto mediante experiencias, que han apoyado con investigaciones teóricas, que jugar puede ser una parte integrante del aprendizaje. Ello ha hecho del acto de jugar y de la idea del juego una actividad de enseñanza y aprendizaje mucho más extendida de lo que había sido anteriormente (p. 25).

Al expresar sus ideas, ocho de los 12 docentes argumentaron que sería interesante implementar este tipo de estrategias dado que el juego siempre es motivante para los alumnos señalando que uno de los significados que les gustaría fortalecer en los alumnos es la relación parte-todo argumentando que – si los alumnos no dominan este significado, difícilmente podrán resolver situaciones de los otros significados que son más complicados:

- el dominio de los elementos que conforman a una fracción;
- la representación gráfica y numérica de las fracciones;
- los diferentes tipos de fracciones: propias, impropias y mixtas.

Posteriormente, en trabajo colaborativo, los docentes revisaron las estrategias seleccionadas con la finalidad de decidir el tipo de materiales que se

utilizarían para su elaboración así como los responsables del diseño o rediseño de cada una de ellas.

Los juegos didácticos de mesa en la enseñanza de las fracciones

Después del análisis de diversas estrategias de enseñanza para las fracciones, los docentes decidieron seleccionar cuatro estrategias de enseñanza en las que la herramienta principal fue el juego. Lo anterior con la finalidad de que los alumnos se sintieran más motivados y dispuestos a construir aprendizajes significativos relacionados con el tema de las fracciones. Los docentes de tercero comentaron y argumentaron:

RA3C: Nosotros hemos seleccionado la estrategia del *Bingo* de fracciones porque consideramos que los alumnos se van a sentir muy motivados para jugar y con él van a lograr relacionar la representación gráfica de las fracciones con su representación numérica. También van a fortalecer las partes de la fracción: el numerador y el denominador.

RA3A: Les va a ayudar a trabajar el significado de la fracción parte-todo.

Los docentes se sintieron muy motivados por este juego de mesa y consideraron que esta forma de abordar las fracciones con los alumnos daría excelentes resultados (Ver apéndice C).

A este juego se acordó hacerle algunas adecuaciones ya que para los alumnos se imprimieron 40 tablas de tamaño de media carta y cinco de ellas se hicieron de tamaño carta para los alumnos que tienen debilidad visual. Los marcadores para señalar la fracción que fuera apareciendo, se hicieron de recortes de hule espuma –conocido como foami-.

Los docentes de cuarto grado después de revisar las estrategias decidieron y expresaron:

RA4A: Elegimos el juego de *Los dados*.

Éste, los docentes de la institución donde se realizó la investigación ya habían tenido la experiencia de jugarlo en una reunión de Consejo Técnico Escolar (CTE) y les pareció adecuada para utilizarla con los alumnos (Ver apéndice D).

RA4C: Seleccionamos este juego porque cuando nosotros lo jugamos estuvimos muy motivados y nos sirvió para reforzar varios conocimientos, el numerador, el denominador, las fracciones propias, impropias y mixtas, también nos gustó que pudimos representarlas en la recta numérica.

RA4B: Esperamos que de esta forma los alumnos se interesen más por el tema de las fracciones.

Los docentes de quinto grado compartieron los motivos por los que eligieron su juego e hicieron algunas observaciones.

RA5C: Nosotros elegimos el juego *del Dominó* porque pensamos que con él, los alumnos van a poder identificar las representaciones numéricas y gráficas de las fracciones, también van a poder identificar las fracciones equivalentes y esperamos que con este juego los alumnos logren superar las dificultades que han presentado hasta el momento.

Ellos tomaron algunos acuerdos en relación al tamaño de cada ficha y el material en el que se harían las impresiones.

En el caso de los docentes de sexto grado, ellos compartieron el juego que eligieron *las Pizzas*, expresando que uno de ellos ya había jugado con este material didáctico y las elaboró con sus alumnos.

RA6C: Yo ya he trabajado las fracciones con *Pizzas* y realmente les gustó mucho a los alumnos y se pudo trabajar con ellos el numerador, el denominador, las fracciones propias, impropias y mixtas así como las fracciones en medios, cuartos, octavos y los mixtos con uno, dos o tres enteros, en las que los repartos quedaron bien representados.

Los docentes eligieron los materiales con los que se elaboraría este juego y el tamaño de los mismos.

Una vez que los docentes se organizaron para el rediseño de los juegos de mesa. Se establecieron los acuerdos para la implementación de éstos en sus respectivos grupos.

El investigador se dio a la tarea de dialogar con la directora de la institución para tomar acuerdos sobre la forma en que se haría la adquisición de los materiales. Ella comentó que se daría todo el apoyo a los docentes pero aclaró:

RAD: Se han adquirido diversos materiales didácticos con los recursos económicos del Programa Escuelas de Calidad (PEC), sin embargo son pocos los docentes que los solicitan.

Ante esta afirmación, el investigador se dio a la tarea de sacar los materiales con los que cuenta la institución y fue muy sorprendente descubrir que de las cuatro estrategias que los docentes habían seleccionado, la

institución contaba con materiales para tres de ellas: *dados, dominó y pasteles “en lugar de pizzas”* (Ver apéndices D, E, F).

Estos materiales tenían ahí en la escuela tres años de adquiridos, pero todavía estaban empaquetados porque los docentes no los habían solicitado para utilizarlos en la enseñanza del tema de las fracciones.

Lo anterior, confirma que el tener los materiales didácticos, sea en la escuela o en el aula, no garantiza su uso.

Al respecto, hubo algunos argumentos de los docentes del motivo por el que no habían utilizado esos materiales.

RA6A: no los habíamos solicitado porque el lugar en donde los tienen es poco accesible y para poder verlos hay que sacarlos todos, porque el mueble donde están es poco práctico.

Ante este comentario el investigador se volvió a comunicar con la directora de la institución y afortunadamente la respuesta de ella y de los padres de familia fue inmediata y construyeron un mueble más práctico para exhibir los materiales y que los docentes los puedan visualizar sin problemas.

El rol del docente

La implementación de los juegos didácticos de mesa en las aulas de los docentes que participaron en la investigación, arrojaron resultados muy interesantes para ellos y para el investigador.

Durante la implementación del *Bingo*, el docente explicó a los alumnos:

VR4A. Miren niños, ahora vamos a aprender las fracciones de forma diferente; lo haremos jugando.

Ante esta afirmación, los alumnos se mostraron muy interesados e inmediatamente empezaron a explorar los materiales. La docente les explicó en qué consistía el juego y procedió a entregar los materiales a los alumnos que estaban organizados por parejas en mesas de trabajo.

La maestra empezó a correr la fracciones o a mencionarlas y los alumnos comenzaron a buscar; el investigador pudo detectar que todos los alumnos estaban muy atentos en encontrar la fracción que la maestra iba mencionando.

Sin embargo, no en todas las aulas en las que se implementó el juego de mesa en la enseñanza de las fracciones fue puramente jugar. Algunos docentes continuaron con una enseñanza tradicional en la que los alumnos antes de iniciar el juego tuvieron que leer conceptos, repetirlos y fueron guiados por el docente en una práctica docente de tipo instruccional. Al respecto Ortiz Rodríguez (2001) menciona "En la enseñanza tradicional los estudiantes dependen de las exposiciones e instrucciones del profesor; los profesores realizan su labor desde la concepción que sobre la matemática hayan conformado" (p. 112).

El investigador pudo observar en los docentes la dificultad para iniciar el juego en forma directa, posiblemente porque aun no confían en que a través de éste los alumnos logren construir sus aprendizajes. Lo anterior quedó de manifiesto en algunas de las intervenciones docentes. Durante el desarrollo de el juego de *los dados* el docente inició la actividad diciendo a los alumnos que iban a ver el tema de las fracciones y para ello ya tenía en el pizarrón interactivo un contenido en el procesador de textos Word.

VR5B: Tenemos que checarlo y acuérdense que les dije que hay que aprenderlo bien, vamos a ver esto ya también lo estuvimos viendo, A1, me lee esto, lo de arriba.

VRA1: Recta numérica. Todas las fracciones pueden ubicarse en la recta numérica. Estudiemos cómo se hace en cada uno de los casos.

VR5B: Bien, hasta ahí gracias hija. A2, usted que está más cerquita, lea por favor lo siguiente.

VRA2: Fracción propia. Toda fracción propia se ubica entre el 0 y el 1 de la recta. Sólo habrá que dividir ese segmento de recta en las partes que indica el denominador de la fracción; mientras, el numerador nos señala cuantas partes hay que tomar.

La intervención del docente y su práctica expositiva se prolongó por 20 minutos y después de este tiempo dio inicio al juego. Se pudo observar un cambio de actitud en los alumnos, éstos se mostraron más atentos y a la expectativa para escuchar las indicaciones de cómo realizarían el juego de los *dados*. De este modo, la estrategia que estaba contemplada para realizarse en 30 minutos se prolongó a 50 minutos.

Algo muy parecido sucedió en quinto grado, el docente mostró un rol completamente tradicionalista en el que fue guiando a los alumnos paso a paso en la realización de las actividades. Un ejemplo de ello es la forma en la que inició la sesión.

VR5C: Ustedes no van a batallar, ustedes tienen su cuaderno de cuadrícula, sale, ustedes tienen su cuaderno de cuadrícula, yo los voy a ir

guiando para que no se vayan equivocando, este, la ventaja que tienen es que tienen cuadrícula y van a ir haciendo las cosas como se las voy indicando, sale, abajo dejan un espacio, primero escriben la instrucción sale, primero el tema. Si quieren al final ponemos el tema. La instrucción: divide, voy a dictar, divide la siguiente figura en tres partes iguales, ¿listos?, dejamos un espacio, de ahí para abajo dejan unos seis renglones o cuadritos y retomamos el mero centro de la hoja. Vamos a trazar una recta, un segmento de seis cuadritos, seis cuadritos, ¿ya? En el centro de la hoja, en el centro del cuaderno....

La estrategia fue completamente guiada y los alumnos no tuvieron la oportunidad de tomar sus propias decisiones, el maestro les decía cómo y qué hacer. Incluso la estrategia se prolongó por más de una hora y el investigador tuvo que suspenderla por el exceso de tiempo utilizado. Aun con todo lo anterior, después de 20 minutos de clase expositiva el docente les comunicó a los alumnos que iban a jugar a *los dados* para formar fracciones y ellos se mostraron muy efusivos e interesados por empezar a jugar.

En relación a lo anterior Ortiz Rodríguez (2001) señala:

Antes y ahora los profesores han sido autoridades en el conocimiento de la materia; hoy se requiere que sean hábiles administradores de un estilo de aprendizaje cada vez menos dirigido. Al mismo tiempo, se espera que los alumnos vean en la matemática una forma de pensar y actuar que se puede adquirir con la solución de problemas (p. 113).

Pero no en todas las aulas sucedió lo mismo. Hubo docentes que sí permitieron a los alumnos jugar y construir aprendizajes a partir de sus propias herramientas y del trabajo colaborativo. Durante el desarrollo del juego del *dominó* en quinto grado, los alumnos fueron los que construyeron los aprendizajes y el rol del docente fue sólo de facilitador y guía en las dudas que tuvieron los alumnos. El docente les dio la oportunidad de interactuar, de equivocarse y de apoyar a los compañeros del equipo que no entendían cómo seguir el juego del *dominó* al ir colocando la representación numérica de la fracción con su representación gráfica.

En el juego de *los pasteles* en sexto grado, la maestra también permitió que se diera la interacción entre los alumnos y que hubiera la movilización de saberes entre ellos. La maestra pasó a los equipos para verificar y escuchar el procedimiento que eligieron para desarrollar la actividad. Los alumnos explicaron el procedimiento y le mostraron la representación gráfica que realizaron con los pastelitos.

VR6C: Pero cómo supieron que son $\frac{3}{4}$.

VR6C: Explícales a tus compañeros cómo le hiciste para llegar al resultado.

VRA1: El medio lo puse abajo y encima del medio puse los $\frac{2}{4}$ y le agregamos otro cuarto.

Lo anterior fue muy importante porque el docente dejó a sus alumnos explicar los procesos que les permitieron llegar a los resultados. Al final de la estrategia la docente comentó:

VR6C: El trabajo realizado con el tema de las fracciones y el uso de material didáctico (*pasteles*) me permitió darme cuenta como cambiaba la dinámica en la ejecución de las actividades, ya que el uso de material concreto favorece la construcción de conocimientos y aprendizajes, pues se observa de manera objetiva lo que se pregunta o lo que se busca.

Me agradó observar que los alumnos pudieran trabajar colaborativamente y en equipo, que también jugando o divertidamente, se puede aprender, que los alumnos explican cómo logran encontrar respuestas a las problemáticas empleando sus propias herramientas, es decir, buscan soluciones y las sustentan.

Creo que logramos saber qué es una fracción, comparar fracciones y hacer algunas operaciones con fracciones. Fue satisfactorio observar el trabajo en los equipos y darnos cuenta que funcionó la distribución de los alumnos en cada uno de ellos.

Lo anterior demostró que la implementación de los juegos de mesa en las aulas no asegura el éxito de la construcción de aprendizajes significativos en los alumnos dado que en todo momento van a depender del rol del docente.

Es conveniente que el docente le deje la responsabilidad al alumno de construir sus propios conocimientos y que evite dar clases expositivas porque con este rol, se convierte el docente en sólo transmisor del conocimiento y este tipo de prácticas son las que más se evidenciaron durante el desarrollo de las estrategias.

Lo importante de esto, es que los docentes reconocieron que cuando se

deja al alumno en libertad de construir el conocimiento, éste se muestra más interesado e investiga lo que no sabe y se favorece el trabajo en colaboración y la movilización de saberes.

Pertinencia de la implementación de los juegos de mesa didácticos en la enseñanza de las fracciones

Las expectativas que tuvieron los docentes en la implementación de los juegos de mesa en la enseñanza de las fracciones fueron muy altas. Incluso los comentarios de los docentes así lo demostraron.

VR4A: Es una actividad donde logras darte cuenta si los alumnos lo entendieron o no el tema ya visto. A partir de las dudas que surgieron poco a poco se fue fortaleciendo el tema de las fracciones ya que los alumnos externaban las dudas y se les explicaba nuevamente, por ejemplo 1 de 6, es un sexto; pero esta actividad necesita implementarse frecuentemente.

Sin embargo, el investigador pudo descubrir que el juego del *bingo* aplicado en los grados de tercero y cuarto fue complicado, debido a que los alumnos, aún no tenían el dominio de las representaciones gráficas y numéricas de las fracciones desde medios hasta décimos y esto les dificultó realizar un juego fluido, porque los alumnos tenían que contar en cada figura las partes en las que estaba dividida y las que aparecían coloreadas para identificar a qué tipo de representación numérica correspondía.

Por lo tanto, se recomendó hacer algunas adecuaciones a este juego.

El juego de *los pasteles* fue más recomendable para los grados de quinto y sexto porque implicó mayores procesos cognitivos de parte de los alumnos como las representaciones numéricas y gráficas pero también el realizar los procesos de fracciones equivalentes. El juego del *dominó* también fue más indicado para estos grados, dado la complejidad que implica el que los alumnos ya manejen las representaciones numéricas y gráficas desde medios hasta décimos.

El juego de *los dados* es el único que se recomienda para todos los grados de tercero a sexto porque permite fortalecer en los alumnos los conocimientos relacionados con:

- identificar el numerador y el denominador de las fracciones;
- diferenciar las fracciones propias de las impropias;
- representar las fracciones en la recta numérica;
- favoreció el trabajo colaborativo en los alumnos.

Sin embargo, este juego permitió al investigador descubrir que algunos docentes no tenían el dominio conceptual de los diferentes tipos de fracciones porque cuando se lanzaron los dados y éstos permitieron formar la fracción $7/5$, el docente les dijo a sus alumnos que las fracciones impropias no se podían representar en una recta numérica.

Otra situación que se presentó en dos aulas fue que cuando los dados cayeron en tres y uno, el docente no fue capaz de explicar a los niños que en este caso la fracción que se formó fue $3/1$ y se leía tres enteros porque el uno

representaba a la unidad, lo que significó que los enteros no se dividieron en partes.

Para evitar lo anterior, se podría hacer la adecuación al dado que representa al denominador y en la cara que tiene el uno se podría cambiar por siete y así representar los numeradores de medios hasta séptimos.

Comentarios finales

La experiencia que tuvo el investigador en la realización de este proyecto de investigación fue muy satisfactoria ya que la respuesta que tuvo de los docentes que participaron en ella fue de un gran interés por solucionar la problemática enfrentada y la disposición que demostraron en cada una de las sesiones del Taller Educativo fue de mucho interés.

Algunos de los docentes reconocieron sus áreas de oportunidad en el dominio conceptual del tema de las fracciones y solicitaron al investigador el apoyo para atender estas necesidades y estuvieron en la mejor disposición de hacer reuniones breves en sus horas de receso para revisar algunos de los conceptos en los que había confusión.

La disposición del directivo y de los padres de familia también fue total y en todo momento participaron dando los apoyos necesarios para realizar las videograbaciones con la colaboración de los docentes responsables del aula de medios.

En general la institución en la que se realizó el proyecto de investigación en todo momento proporcionó al investigador todas las facilidades para llevar a buen término la misma.

Conclusiones y recomendaciones

Este proyecto de investigación permitió llegar a las siguientes conclusiones:

Uno de los aspectos importantes que debe de atender el docente frente a grupo, es estar bien informado en relación a los temas o contenidos que ha de enseñar a sus alumnos, porque esto le va a permitir tener más herramientas teóricas que lo habiliten para ser un mediador entre el conocimiento y sus alumnos.

Sin embargo, no es suficiente tener sólo el dominio conceptual, es necesario que se tenga un amplio repertorio de estrategias didácticas de enseñanza que favorezcan la diversificación de las formas de acercar el conocimiento a sus alumnos.

Promover en los docentes la confianza para que éstos les den la oportunidad a los alumnos de que ellos construyan sus propios conocimientos y no tratar de darles el conocimiento acabado.

Que los docentes antes de aplicar una estrategia didáctica con sus alumnos, se den la oportunidad de trabajarla en sesiones de docentes con la finalidad de que al momento de que la implementen con los alumnos ya tengan la experiencia y de esta forma se evite el uso de materiales y o situaciones que en ocasiones no son efectivas para favorecer el proceso enseñanza aprendizaje.

Es importante que los docentes incluyan estrategias lúdicas con sus alumnos porque de este modo ellos se mantienen interesados, no se cansan porque quieren seguir jugando y de esta manera aprenden a partir de sus

propios retos y de acuerdo a las experiencias vividas con los docentes que aplicaron las estrategias de los juegos de mesa, ningún alumno se quedó fuera sin participar.

El implementar los juegos de mesa en la enseñanza de las matemáticas no garantiza que éstos sean motivantes para los alumnos en todos los casos, porque lo anterior va a depender de que el docente deje las prácticas tradicionales en las que él dirige las actividades de inicio a fin. En la implementación de las mismas se requiere que el docente confíe en los juegos como herramientas que permiten la construcción de conocimientos a partir de las propias habilidades cognitivas de los alumnos.

En relación a las recomendaciones, se presentan las siguientes:

Dado que la investigación realizada fue de tipo investigación-acción pedagógica, en la que el investigador y los sujetos objeto de estudio en todo momento tuvieron como propósito la mejora de la práctica docente, diseñando y/o rediseñando estrategias que les facilitaran la enseñanza de las fracciones a sus alumnos y con base en los resultados que se fueron obteniendo a través del desarrollo de las sesiones del taller educativo, que demostraron que uno de los obstáculos detectados fue la falta de dominio conceptual del docente en el tema de las fracciones, una posible nueva línea de investigación podría ser el diseño de un taller que les permita a los docentes apropiarse del dominio conceptual del tema de las fracciones para que estén en posibilidades de realizar el proceso enseñanza aprendizaje de este tema con mayores herramientas metodológicas y didácticas sobre la enseñanza de las fracciones y sus distintos significados

porque este tema es complicado y con sólo una sesión para reforzar las deficiencias conceptuales no fue suficiente.

Otra línea de investigación que podría surgir del grupo de docentes es en cuanto a las estrategias que requieren para fortalecer en sus alumnos las operaciones básicas, que son fundamentales para la resolución de cualquier tipo de planteamientos matemáticos y que estuvo presente en las entrevistas que se realizaron con ellos en la etapa diagnóstica de la investigación.

Referencias

- Alzate Piedrahita, M. V., Arbelaez Gómez, M. C., Gómez Mendoza, M. Á., & Romero Loaiza, F. (2005). Intervención, mediación pedagógica y los usos del texto escolar. *Revista Iberoamericana de Educación*(37/3), 1-16. Recuperado el 17 de Marzo de 2012, de <http://www.rieoei.org/1116.htm>
- Anthony, G., & Walshaw, M. (2013). 10. Conocimientos de los docentes. *Pedagogía eficaz en matemática. Series prácticas educativas-19*, 32. Recuperado el 10 de Septiembre de 2013, de http://www.ibe.unesco.org/fileadmin/user_upload/Publications/Educational_Practices/EdPractices_19s.pdf
- Astorga, A. (1991). *Manual de diagnóstico participativo*. Buenos Aires: Humanitas.
- Bañeres, D., Bishop, A. J., Cardona, C., Comas, O., Garaigordobil, M., Garzón, M., . . . Vida, T. (2008). *El juego como estrategia didáctica*. (Primera ed.). Barcelona, España: GRAO.
- Batanero Bernabeu, C., Gutiérrez Rodríguez, Á., Hoyos Aguilar, V., López Rueda, G., Llinares Ciscar, S., Sáiz Roldan, M., & Sánchez Sánchez, E. (2011). *Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas escolares. Casos y perspectivas* (Primera ed.). Distrito Federal, México: SEP.
- Batanero, C., Cid, E., & Godino, J. D. (2003). Capítulo 4. Fracciones y números racionales positivos. En C. Batanero, V. Font, & J. Godino, *Matemáticas y su didáctica para maestros* (págs. 313-345). Granada, España: ReproDigital.
- Belmar Mellado, M., Figueroa Manzi, E., Friz Carrillo, M., Sánchez Bravo, A., & Sanhueza Henríquez, S. (2008). Propuesta didáctica para el desarrollo de competencias matemáticas en fracciones. *Horizontes Educativos*,

13(2), 87-98. Recuperado el 16 de Septiembre de 2013, de <http://www.ubiobio.cl/revistahorizontes/>

Bernabeu, N., & Goldstein, A. (2009). *Creatividad y aprendizaje. El juego como herramienta pedagógica*. (Primera ed.). Madrid, España: NARCEA.

Bibb, S. F., Jarvis, J. A., & Palmer, C. I. (2003). *Matemáticas prácticas* (Segunda ed.). Madrid, España: Reverte, S. A.

Bisquerra Alzina, R. (2009). *Metodología de la investigación Educativa* (Segunda ed.). Madrid, España: La Muralla.

Cardoso Moreno, E. R., Cortina Morfin, J. L., & Zúñiga Gaspar, C. (2012). El significado cuantitativo que tienen las fracciones para estudiantes mexicanos de 6° de primaria. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 14(1), 70-85. Recuperado el 3 de Septiembre de 2013, de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=15523175005>

Casas García, L. M., & Sánchez Pesquero, C. (1998). *Juegos y materiales manipulativos como dinamizadores del aprendizaje en matemáticas*. España: Ministerio de Educación y Ciencia.

Colmenares E., A. M., & Piñero M., M. L. (2008). La Investigación Acción. Una herramienta metodológica heurística para la comprensión y transformación de realidades y prácticas socio-educativas. *Laurus*, 14(27), 96-114. Recuperado el 8 de Diciembre de 2013, de <http://www.redalyc.org/pdf/761/76111892006.pdf>

Creswell, J. (2009). *Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches* (Tercera ed.). Estados Unidos de América: SAGE.

Cubillo, C., & Ortega, T. (2002). Influencia de un modelo didáctico en la opinión/actitud de los alumnos hacia las matemáticas. *Uno. Revista didáctica de las matemáticas.*, 31, 57-72. Recuperado el 13 de Junio de 2013, de

http://www4.uva.es/didamatva/investigacion/Publicaciones/analisis_modelo_didact_ens_fracc.pdf

Delval Merino, J. (2010). Capítulo 1. El significado del desarrollo en los seres humanos. En J. A. García Madruga, & J. A. Delval Merino, *Psicología del desarrollo I* (págs. 19-47). UNED.

Díaz-Barriga Arceo, F., & Hernández Rojas, G. (2002). Capítulo 5. Estrategias de enseñanza para la promoción de aprendizajes significativos. En F. Díaz-Barriga Arceo, & G. Hernández Rojas, *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista* (Segunda ed., págs. 137-230). D. F., México: MCGRAW-HILL.

Echevarría, O. (2003). *Procesos y productos experiencias pedagógicas en diseño y comunicación*. (E. Pagani, Ed.) Buenos Aires, Argentina: Imprenta Kurz.

Flores Martínez, P., & Morcote Herrera, O. (2001). Algunos elementos del conocimiento profesional en la planeación de clases de futuros profesores de secundaria (un caso: las fracciones). En E. Briales Morales, A. Carriazo Rubio, T. Chacón Rebollo, P. Real Jurado, & Á. Romero Jiménez, *Actas del Encuentro de Matemáticos Andaluces, Volumen 2* (págs. 449-458). Sevilla, España: Pinelo Talleres Gráficos, S. L., Camas, Sevilla.

Frola, P., & Velásquez, J. (2011 a). *Desarrollo de las competencias docentes a partir de trayectos formativos* (Primera ed.). Distrito Federal, México: CIECI.

Frola, P., & Velásquez, J. (2011 b). *Estrategias didácticas por competencias. Diseños eficientes de intervención pedagógica* (Primera ed.). México: CIECI.

- Fuenlabrada Velázquez, I. R. (2005). Los problemas, recurso metodológico en el que los números y sus relaciones encuentran significado. En J. L. Córdova Frunz, F. Escareño Soberanes, I. R. Fuenlabrada Velázquez, S. García Peña, & A. Guerrero Reyes, *Aprender a enseñar matemáticas* (págs. 26-53). Monterrey, México: CECyTE.
- Gallardo Cruz, J. A., & Trianes Torres, M. V. (2004). *Psicología de la Educación y del desarrollo en contextos escolares* (Primera ed.). Madrid, España: Pirámide.
- García Peña, S. (2005). El enfoque de resolución de problemas y la resolución de los problemas del enfoque. En J. L. Córdova Frunz, F. Escareño Soberanes, I. R. Fuenlabrada Velázquez, S. García Peña, & A. Guerrero Reyes, *Aprender a enseñar matemáticas* (págs. 63-64). Monterrey, Nuevo León, México: Centro de Altos Estudios e Investigación Pedagógica.
- García, G., & Torrijos, E. (2002). *Juegos de mesa. Los más populares. Historias y reglas*. (Primera ed.). D.F., México: Lectorum.
- García, G., González, R. M., & Salazar, C. (2011). Relaciones entre el conocimiento visual y numérico: porcentajes, decimales, fracciones en el aprendizaje del número racional. *Matemática Educativa*, 642-653. Recuperado el 10 de Noviembre de 2013, de <http://funes.uniandes.edu.co/2425/1/Garc%C3%ADa2011Relaciones.pdf>
- Icart Isern, M., & Pulpón Segura, A. M. (2012). *Cómo elaborar y presentar un proyecto de investigación, una tesina y una tesis* (Primera ed.). Barcelona, España: Univ. de Barcelona.
- Latorre, A. (2007). *La investigación-acción: Conocer y cambiar la práctica educativa* (Cuarta ed.). Barcelona, España: Grao.
- Llinares Ciscar, S., & Sánchez García, M. V. (2000). *Fracciones 4. Matemáticas: Cultura y aprendizaje*. (Segunda ed.). Madrid, España: Síntesis, S. A.

- Marcelo, C., & Vaillant, D. (2009). *Desarrollo profesional docente. ¿Cómo se aprende a enseñar?* (Tercera ed.). Madrid, España: Narcea.
- Marván Garduño, L. M. (2003). Fracciones. Información matemática para el maestro. En *Las fracciones. Primaria* (pág. 26). México: Santillana.
- Maya, B. A. (2007). *El taller educativo: ¿Qué es? fundamentos, cómo organizarlo y dirigirlo, cómo evaluarlo* (Segunda ed.). Bogotá, Colombia: Magisterio.
- McKernan, J. (2001). *Investigación-acción y curriculum* (Segunda ed.). Madrid, España: Morata.
- Monereo, C. (2007). *Estrategias de enseñanza y aprendizaje* (12a ed.). Barcelona: Grao.
- Moral Santaella, C. (2008). Aprender a pensar-aprender a aprender. Habilidades de pensamiento y aprendizaje autorregulado. *Bordon. Revista de Pedagogía*, 60(2), 123-138. Recuperado el 30 de Junio de 2013, de <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2717070>
- Mosquera Urrutia, M. C. (2003). *El concepto de fracción*. Universidad Sergio Arboleda, Bogotá. Recuperado el 20 de Octubre de 2013, de <http://www.usergioarboleda.edu.co/matematicas/memorias/memorias14/26.Concepto%20de%20Fracci%C3%B3n.pdf>
- Ortiz Rodríguez, F. (2001). 5. El rol del profesor en la solución de problemas y en la construcción de conceptos. En F. Ortiz Rodríguez, *Matemática. Estrategias de enseñanza y aprendizaje*. (Primera ed., págs. 112-134). México: Pax.
- Perera Dzul, P. B., & Valdemoros Álvarez, M. E. (2007). Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de Educación Primaria. (S. Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, Ed.) *XI Simposio de la SEIEM*, 209-218. Recuperado el 10

de Septiembre de 2013, de

<http://dialnet.unirioja.es/servlet/libro?codigo=332754>

Pérez, S. G. (2004). *Investigación Cualitativa. Retos e interrogantes. I. Métodos* (Cuarta ed.). Madrid, España: La Muralla, S. A.

Perrenoud, P. (2004). *Diez nuevas competencias para enseñar* (Primera ed.). D. F., México: SEP.

Ponce, H. (2000). *Enseñar y aprender matemáticas* (Primera ed.). Buenos Aires, Argentina: Ediciones Novedades Educativas.

Presidencia de la República. (2007). *Plan Nacional de Desarrollo 2007-2012*. D. F., México: Talleres de Impresión de Estampillas y Valores.

Pruzzo de Di Pego, V. (Agosto de 2012). Las fracciones: ¿problema de aprendizaje o problemas de la enseñanza? *Pilquen*(8), 1-14. Recuperado el 14 de Julio de 2013, de http://www.revistapilquen.com.ar/Psicopedagogia/Psico8/8_Pruzzo_Fracciones.pdf

Ríos García, Y. J. (2009). Competencias procedimentales adquiridas durante la aplicación de situaciones didácticas referidas a las fracciones. *Telos*, 11(3), 310-331. Recuperado el 4 de Septiembre de 2013, de <http://www.publicaciones.urbe.edu/index.php/telos/article/view/1345/2637>

Rodríguez Ruiz, E. J. (2003). Las matemáticas y su enseñanza. Retos y perspectivas. *Renglones*(54), 6-8.

SEP. (2007). *Programa Sectorial de Educación* (Primera ed.). D. F., México: Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.

SEP. (2010). *Diplomado para maestros 2° Y 5° Módulo 2 Planeación y Estrategias Didácticas para los campos de lenguaje y comunicación y*

pensamiento matemático. México: Impresora y Encuadernadora Progreso.

SEP. (2010). *Diplomado para Maestros de primaria 2° y 5°. Módulo 1: Fundamentos de la Reforma*. México: SEP.

SEP. (2011 a). *Programas de estudio 2011. Guía para el Maestro. Educación Básica. Primaria. Tercer grado* (Primera ed.). Distrito Federal, México: Talleres de impresora y editora Xalco S. A. de C. V.

SEP. (2011 b). *Plan de Estudios 2011. Educación Básica*. D. F., México: Talleres de Centro Gráfico Industrial.

SEP. (2011 c). *Diplomado para Maestros 2° y 5° Módulo 3 Planeación y estrategias didácticas para los campos formativos Exploración y comprensión del mundo natural y social, y Desarrollo personal y para la convivencia*. México: Impresora y Encuadernadora Progreso S.A. de C.V.

SEP. (2011 d). *Programas de Estudio 2011. Guía para el Maestro. Educación Básica Primaria. Primer Grado*. (Primera ed.). Distrito Federal, México: SEP.

SEP. (2011 e). *Programas de estudio 2011. Guía para el Maestro. Educación Básica Primaria. Cuarto grado* (Primera ed.). Distrito Federal, México: Talleres de Litografía Magno Graf S. A. de C. V.

SEP. (2011 f). *Programas de estudio 2011. Guía para el Maestro. Educación Básica Primaria. Sexto grado* (Primera ed.). Distrito Federal, México: Talleres de Litografía Magno Graf S. A. de C. V.

SEP. (2012). *Reforma Integral de la Educación Básica. Diplomado para maestros de primaria: 3° y 4° grados. Módulo 3: Planificación y evaluación para los campos de formación: Pensamiento matemático, y Exploración y comprensión del mundo natural y social* (Primera ed.). D. F., México: SEP.

- Suárez Pazos, M. (2002). Algunas reflexiones sobre la investigación-acción colaboradora en la educación. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 1(1), 40-56. Recuperado el 10 de Septiembre de 2013, de http://reec.uvigo.es/volumenes/volumen1/REEC_1_1_3.pdf
- Tobón, S. (2006). *Formación basada en competencias: pensamiento complejo, diseño curricular y didáctica*. (Segunda ed.). Bogotá, Colombia: ECOE Ediciones.
- Torres Medina, J. A. (2013). Fracción, razón y número racional en procesos de aproximación para la introducción del cálculo con estudiantes de grado once. *Revista Científica*. (Edición Especial 2013), 586-590. Recuperado el 14 de Octubre de 2013, de <http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/revcie/article/view/4835/6525>
- Urbano, C. A., & Yuni, J. A. (2006). *Técnicas para investigar 2* (Segunda ed., Vol. 2). Córdoba, Argentina: Brujas.
- Valdemoros Álvarez , M. E. (2004). Lenguaje, fracción y reparto. *RELIME*, 7(3), 235-256. Recuperado el 13 de Diciembre de 2013
- Valdemoros Álvarez, M. E. (2010). Dificultades experimentadas por el maestro de primaria en la enseñanza de las fracciones. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 13(4), 423-440. Recuperado el 23 de Agosto de 2013, de <http://www.clame.org.mx/relime.htm>

Apéndices

Autores Significados	Llinares Ciscar y Sánchez García (2000)	Ponce (2000)	Batanero Bernabeu, Gutiérrez Rodríguez, Hoyos Aguilar, López Rueda, Llinares Ciscar, Sáiz Roldan, Sánchez Sánchez (2011)
LA RELACIÓN PARTE-TODO Y MEDIDA 1. Representaciones en contextos continuos y discretos. 2. Decimales. 3. Recta numérica.	Un “todo” (continuo o discreto) se divide en partes “congruentes” (equivalentes como cantidad de superficie o cantidad de “objetos”). La fracción indica la relación que existe entre un número de partes y el número total de partes (que puede estar formado por varios “todos”). El todo recibe el nombre de unidad. Esta relación parte-todo depende directamente de la habilidad de dividir un objeto en partes o trozos iguales.	El todo es dividido en partes y la fracción describe la relación entre las partes que se consideraban y el número de partes en que se había dividido el todo.	Cuando una unidad o totalidad se descompone en partes iguales y la fracción indica una o varias de estas partes. Este es el significado más elemental de una fracción.
LA FRACCIÓN COMO COCIENTE División indicada (reparto) Las fracciones como elementos de una estructura algebraica.	En esta interpretación se asocia la fracción a la operación de dividir un número natural por otro (división indicada $a \div b = a/b$). Dividir una cantidad en un número de partes dadas.		Se asocia a las situaciones de reparto equitativo (por ejemplo, interpretar a/b como repartir a [galletas] entre b [niños]),... el significado abarca otras situaciones y otros esquemas, en especial, el de fracción como cociente se asocia a las situaciones de división entre enteros y después a la división entre racionales.
LA FRACCIÓN COMO RAZÓN La probabilidad. Porcentajes.	Las fracciones son usadas como un “índice comparativo” entre dos cantidades de una magnitud (comparación de situaciones).	No existe un todo como ocurre en otros casos. Las fracciones son un índice comparativo que puede tener la misma magnitud –como en el caso de las escalas de los planos-, o no tenerla –como en el caso de los km/h-.	Cuando funcionan para poner en relación dos cantidades. La comparación de cantidades relativas son características de las fracciones como razón.
LA FRACCIÓN COMO OPERADOR	Bajo esta interpretación las fracciones son vistas en el panel de transformaciones: “algo que actúa sobre una situación (estado) y la modifica”. Se concibe aquí la fracción como una sucesión de multiplicaciones y divisiones, o a la inversa; el operador lleva implícito un convenio: primero actúa la división y luego la multiplicación, identificándose así con la interpretación parte-todo.	En esta interpretación, las fracciones son consideradas en su papel de transformación de una situación. Es decir, son una sucesión de multiplicaciones y divisiones o viceversa.	Las fracciones son vistas como operador cuando actúan para modificar un estado o situación.

Tabla 1. Conceptualizaciones de los diferentes significados de las fracciones.

Apéndice A. Cuestionario de preguntas abiertas.

1. ¿A qué atribuye los bajos resultados obtenidos por los alumnos en las evaluaciones ENLACE en la asignatura de matemáticas?
2. ¿Cuál es el tema que le genera más dificultad para su enseñanza en la asignatura de matemáticas?
3. ¿Qué estrategias didácticas utiliza en la enseñanza de ese tema con sus alumnos?
4. ¿Qué materiales didácticos utiliza con sus alumnos para la enseñanza de ese tema?

Apéndice B. Transcripciones de entrevistas.

Entrevistador: Bueno, buenos días compañeros. Vamos a realizar una entrevista grupal. Estoy con los compañeros que atienden el grado de sexto. Hoy es martes 11 de junio, son las 10 de la mañana con 15 minutos; y vamos a dar inicio con una primera pregunta.

E: Gracias. La primera pregunta y de ahí se va a desprender todo los acuerdos a los que lleguemos, ¿cuál es el tema de la asignatura de matemáticas en la que ustedes o en el que ustedes han detectado la mayor problemática, ya sea para la enseñanza o el aprendizaje de sus alumnos y que ustedes lo hayan constatado con los resultados que tienen los niños ya sea en las pruebas ENLACE o en las pruebas bimestrales que ustedes aplican?

E6A: Para mí el tema de las fracciones es el que he notado mucha dificultad porque se aplica de varias maneras. La dificultad que ellos traen desde un principio es simple y sencillamente con el no entender, no comprender que es el numerador y que es el denominador. Desde el dividir figuras, desde sumar fracciones, restar fracciones, multiplicar fracciones, desde cuando comparamos con porcentajes, desde que convertimos de fracción a número decimal y viceversa y tiene muchas aplicaciones, en la recta numérica la ubicación de las fracciones tiene mucho mucho mucho que ver con el proceso que seguimos, tiene mucho que ver porque muchos ejercicios de matemáticas vienen relacionados con las fracciones y muchos tienen que ver con algún otro tema, con el tema de proporcionalidad, etc. Eso es lo que yo he notado en los niños.

E6B: Los temas en general son problemáticos desde el momento que sean de matemáticas, son retos. Lo que pasa aquí es que mientras el alumno no domine las operaciones fundamentales es difícil que tú los puedas [...] Pueden conocer el funcionamiento, el procedimiento, perdón, de cómo llegar a hacerlo pero si no dominan las operaciones fundamentales, van a batallar. El razonamiento hacia los resultados también se da. El niño no te razona, el niño está muy mecanizado. El niño te multiplica [...] te multiplica o te suma o te divide pero no lo sabe aplicar

a la problemática diaria que se vive. Los libros traen tantos retos muy buenos, excelentes. Lamentablemente, vuelvo a repetir, el niño no maneja muy muy de acuerdo las operaciones fundamentales y de ahí se desprende todo lo que dice “A”. Si no los aprendes, no te va a poder conocer ni las fracciones. Si el número entero no lo conoce, no conoce lo que es el entero, no lo puede fraccionar. Ni en quintos, ni en cuartos ni mucho menos. Y básicamente en la vida que estamos ahorita el niño ya no maneja más que puros enteros. Hace tiempo lo manejábamos nosotros hasta simplemente al ir a la tienda y comprar medio kilo, un kilo, un cuarto, [...] hablamos de litros también. Y se manejaba a diario.

Hoy no, el niño tiene esa dificultad. Básicamente lo que se ve alrededor no está de acuerdo como lo que viene ahorita en los libros y eso es la problemática: el porcentaje, los números enteros, el comparar los números enteros y los números fraccionarios con los números decimales para ellos, incluso para nosotros, en ocasiones tenemos alguna duda, andamos comprobando, ubicar los números .25 si es mayor menor o mayor que un tercio, nosotros tenemos que hacer la operación porque así de momento de no lo sacamos. El niño con más dificultad; si nosotros titubeamos a la hora que estamos aplicando el conocimiento con ellos, ellos van a dudar más. Nosotros que tener nosotros muy claro que debemos llevar el conocimiento muy cimentado.

Nosotros como maestros para que ellos vean la confianza, ahí entra la confianza, cuando el maestro lleva una confianza enorme y ven con la facilidad con que el maestro se desenvuelve y desarrolla el problema y lo hace de una y de otra y de tres formas y de cuatro formas, les da el camino a los muchachos para que lo hagan de tres o cuatro formas, no nada más una porque a veces el niño nada más se trata de aprender la forma que el maestro dice. En su casa puede tener a su mamá que es maestra o su papá y le dice así: “No, porque mi maestra o mi maestro me dijo que así”. Pero hay muchas maneras de hacerlo, pero cayendo en lo que dije al principio: fracciones fundamentales. Si no hay dominio de ellas, es difícil que puedan comprender lo demás.

E6A: Y me escuchaba la vez anterior, una madre de familia, si es cierto lo que dice aquí mi compadre: una madre de familia me topa ahí afuera y me dice “Profe, ¿qué está pasando? ¿Cómo le están enseñando a restar a mi niña?”. Le digo: “Le voy a decir una cosa, el camino que siga la niña pero que sea válido no importa, no tenemos que cuartarle a la niña o al niño esto, él que busque un proceso, un camino, una estrategia, y eso es bueno. Y si sale el resultado, adelante”. Decían que se lo estaba mostrando de otra forma y que forzosamente lo tenía que hacer así. Le digo: “No”.

Soy de los que les digo a mis alumnos “Busquemos una salida, busquemos un proceso, una estrategia para llegar al resultado” y los alumnos pasan al frente, explican la estrategia y se llega al resultado, se les felicita, porqué, porque lo están buscando. No nada más hay un solo camino. Y yo no quise anteceder eso del principio básico, eso es lógico. Se está viendo, los principios básicos si no se dominan, no se dominan determinadas cosas. Yo aquí decía fracciones porque por ejemplo en la ubicación en la recta, no necesitas un principio básico, necesitas ubicar o dividir una recta numérica y el niño no lo sabe. Y luego ya viene la aplicación con las demás: te comparan con números decimales, con porcentajes, con tablas de variación proporcional, etc. Y la ponen y los niños en chino, y si no sé qué es numerador y que es denominador, pues menos.

Entonces, escuchando a la madre de familia preocupada, le dije: “No, tranquila, no pasa nada, si la niña lo está haciendo así, platiqué bien con su maestro, no pasa nada, si la niña está encontrando el resultado pues que más que mejor”. Y ese era el detalle, esa era la situación, y eso es lo que yo notado en varios grupos que he manejado, no nada más simple y sencillamente en sexto grado, sino que llegas a quinto, sabemos que esto es un proceso, sabemos que esto va subiendo de complejidad pero a determinado grado no sabemos que el niño debe tener conocimiento de tal situación y no la tiene. ¿Entonces cómo avanzamos? Desafortunadamente, en los exámenes que nos han aplicado forzosamente nos habla de fracciones, y ya no nada más de fracciones de ubicación, nos habla de fracción como porcentaje. Si el niño no sabe

E6C: Yo sigo en lo mismo, de que las conversiones pero de las conversiones tienen un mismo origen: las operaciones básicas: si no sabes multiplicar y dividir números decimales, pues prácticamente las conversiones nos vas a dar ni pie con nada y pues yo me refiero igual al origen de la pregunta, en mi grado qué problemática encontré y en mi grado es porque fracciones y todo lo demás viene desde cuarto año, desde cuarto año se está dando una introducción a lo que es el origen de las fracciones. Ahorita me está sirviendo mucho que estoy agarrando el programa para lo de carrera magisterial que he estado viendo el origen de ciertas temáticas, de dónde está la raíz de cada tema.

Pero en el caso, por ejemplo, de conversiones, viene a partir de quinto año donde ya se introduce de lleno al niño a convertir lo que es el kilo y más adelante ya viene, por ejemplo, en sexto ya viene lo que es el metro cúbico y el volumen y la densidad que son dos cosas muy distintas que no se manejan de lleno en la vida práctica de un niño, cuando el mismo programa te pide contextualizar los contenidos para acercar al niño a que pueda ser parte de su vida real. Y las conversiones no se llevan a cabo en la vida real, digamos, tu no llegas a pedir a una tienda me da un metro cúbico de algo porque no, no se puede, y tampoco la piedra no te paras a ver cuánta densidad tiene una piedra, que es el metro cúbico, o cuánto el volumen, ya nada más como decía el profesor, ya todos los recipientes tienen una cantidad predestinada, no llegas y pides medio litro porque ya viene en los envases predeterminados y tu nada más lo agarras y te lo llevas y no te pones a pensar cuántos gramos, cuántos mililitros, cuántos hectolitros, o cuántos kilolitros van en el recipiente, porque no son cosas que no están a tu alcance. Tu nada más llegas, lo tomas y te vas. O sea, no son contextualizados, esos conocimientos, digamos que en este momento al niño no le sirven.

A lo mejor en un futuro que ya quieran representar en químico, biólogos, o que realicen otro tipo de actividades que quieran más, especializarse en ciertas áreas, les pueden servir. Por eso mismo, yo me voy al contenido que en sexto sí les está haciendo un poquito de duda. Porque si me retrocedo a fracciones,

viene desde más atrás, de otros grados. En el caso de las conversiones, quinto y sexto, y más en sexto, al momento de contextualizarlos, que es lo que supuestamente viene en el plan, que contextualices y contextualices y contextualices y no se está llevando a cabo, digamos que esa es una revisión que se tiene que hacer en ese contenido. ¿Qué tan viable es que los niños lo lleven ahorita? Si su conocimiento, su apoyo lógico-matemático, si su pensamiento abstracto como debe de manejarse en los estados, está preparado el niño mentalmente para llevarlo a cabo, porque si no logran desarrollar una actividad básica como es la suma y multiplicación del número decimal, pues va a ser difícil que lleguen a un entendimiento de lo que es una medida de conversión. Por más estrategias que des, de escalerita, de retroceso, que más, por ejemplo le platicaba de traer el matraz y ver la densidad, cuál es la densidad y cuál es el volumen. Te metes en un problema de ida y vuelta donde el niño está bien, pero en el examen no te dan material concreto, tienes que resolverlo en el momento. Por eso yo creo que el contenido que a mí me complica la existencia en sexto grado es conversiones.

E: Pues ya se escucharon sus planteamientos de cada uno. Aquí sería unificar, ya escucharon, probablemente están reflexionando los tres. Entonces hacía cuál nos iríamos.

E6A: Escuché el dominio de las operaciones fundamentales y de ahí partimos hacia un problema específico. Si no lo tienen. A mí me tocó la oportunidad hace años [...] Tuve la oportunidad de manejarla con los padres de familia, tenían muchos problemas más que nada con matemáticas. [...] hablé con sus papás en reunión, les expliqué estos son los seis temas que vamos a ver en el bimestre, este tema este es su propósito y así lo vamos a resolver para que ustedes en sus casas me apoyen, me dio resultado. El papá ya se fue, en su casa lo apoyó el papá. Llegaron a la escuela nuevamente y traían más apoyo detrás de su casa. El apoyo que ellos les brindaban no era el proyecto y desconocían algunas cosas, entonces yo los ubiqué, les expliqué como lo estaba llevando a cabo y los temas eran así y eso me dio resultados. Era mucho el problema que tenía con

los niños. Las tablas, mecanizados en su casa. Ahora sí aplíquenlos al porcentaje, a fracciones.

E6B: A mí me ayudó mucho el repaso matemático diario, en lugar de entrar con la lectura, entraba con repaso matemático diario, porque yo había diagnosticado que los fundamentales no los traían y eso hay que aplicarlos a diario.

E6C: aquí el detalle, un tema que mencionaba mi compañero es contextualizar, entonces necesariamente tendríamos porque las operaciones básicas son el antecedente de cualquier tema, entonces ya van implícitas. Aquí el acuerdo que necesitamos tomar es qué tema que lleva de antecedente las operaciones básicas. Entonces aquí es el que aquél que le represente, aparte de que el niño tenga deficiencias con operaciones básicas, el tema como lo mencionaron cada uno.

E6A: E la comparación del manejo de las fracciones decimales más que nada, yo así lo veo.

E6B: Para mí las fracciones.

E: Las fracciones van dentro de del tema que tu manejes. Aquí serían las equivalencias. Manejaríamos las fracciones en el tema de las equivalencias.

E6B: Sí, porque básicamente porque si me voy otra vez a lo de fracciones, pues sería también con el trabajo de los compañeros de cuarto, porque ya viene desde allá, si el niño no te genera en quinto y en sexto en fracciones, es porque de la base propia que es en cuarto, no se vio.

E: Entonces lo dejaremos así, las fracciones en todas sus modalidades. Buscar estrategias para...

E6A: La conversión es aptitud, más que nada.

E6B: Yo no diría contextualización, profe, porque no lo manejan, y no lo van a manejar.

Apéndice C. Bingo de fracciones.

Asignatura: Matemáticas

Competencia docente: Valorar procedimientos y resultados de los alumnos.

Competencias a desarrollar en los alumnos:

- Resolver problemas de manera autónoma.
- Comunicar información matemática.
- Validar procedimientos y resultados.
- Manejar técnicas eficientemente.

Propósito:

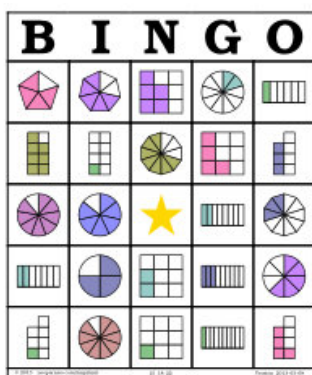
Que los alumnos logren:

- Fortalecer el significado de la relación parte-todo de la fracción.
- Fortalecer el significado de la relación parte-todo de la fracción en contextos continuos.
- Relacionar la representación numérica con la gráfica de las fracciones.
- Reforzar el aprendizaje de los elementos de la fracción: numerador y denominador.
- Reafirmar el concepto de fracción propia.

Organización del grupo: Individual o en parejas.

Material Didáctico: 50 Cartas de Bingo con figuras geométricas fraccionadas desde medios hasta décimos.

5 Cartas de Bingo con figuras geométricas fraccionadas desde medios hasta decimos aumentadas en tamaño, para adecuarlas a los alumnos con necesidades educativas especiales que presentan debilidad visual.

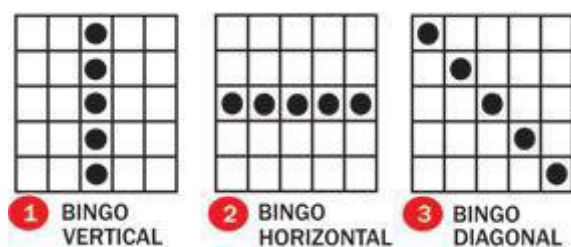


Tómbola 1	Tómbola 2	Tómbola 3
0. $\frac{3}{8}$	0. $\frac{1}{5}$	0. $\frac{7}{9}$
1. $\frac{7}{9}$	1. $\frac{3}{10}$	1. $\frac{5}{6}$
2. $\frac{3}{10}$	2. $\frac{8}{9}$	2. $\frac{1}{5}$
3. $\frac{4}{5}$	3. $\frac{1}{3}$	3. $\frac{1}{2}$
4. $\frac{1}{5}$	4. $\frac{3}{7}$	4. $\frac{5}{8}$
5. $\frac{1}{8}$	5. $\frac{7}{9}$	5. $\frac{6}{7}$
6. $\frac{2}{7}$	6. $\frac{1}{7}$	6. $\frac{7}{10}$
7. $\frac{5}{6}$	7. $\frac{5}{8}$	7. $\frac{4}{7}$
8. $\frac{1}{9}$	8. $\frac{4}{5}$	8. $\frac{1}{7}$
9. $\frac{4}{9}$	9. $\frac{9}{10}$	9. $\frac{2}{3}$
10. $\frac{2}{5}$	10. $\frac{6}{7}$	10. $\frac{2}{9}$
11. $\frac{3}{4}$	11. $\frac{5}{6}$	11. $\frac{3}{5}$
12. $\frac{1}{4}$	12. $\frac{4}{9}$	12. $\frac{7}{8}$
13. $\frac{1}{2}$	13. $\frac{2}{5}$	13. $\frac{1}{9}$
14. $\frac{1}{6}$	14. $\frac{5}{9}$	14. $\frac{1}{3}$
15. $\frac{5}{9}$	15. $\frac{1}{8}$	15. $\frac{1}{8}$
16. $\frac{7}{10}$	16. $\frac{3}{8}$	16. $\frac{3}{8}$
17. $\frac{3}{7}$	17. $\frac{3}{4}$	17. $\frac{8}{9}$
18. $\frac{6}{7}$	18. $\frac{4}{7}$	18. $\frac{3}{4}$
19. $\frac{1}{3}$	19. $\frac{1}{6}$	19. $\frac{2}{5}$
20. $\frac{3}{5}$	20. $\frac{7}{8}$	20. $\frac{9}{10}$
21. $\frac{1}{10}$	21. $\frac{1}{9}$	21. $\frac{1}{4}$
22. $\frac{5}{7}$	22. $\frac{2}{7}$	22. $\frac{2}{7}$
23. $\frac{5}{8}$	23. $\frac{7}{10}$	23. $\frac{4}{5}$
24. $\frac{2}{9}$	24. $\frac{1}{10}$	24. $\frac{5}{7}$
25. $\frac{2}{3}$	25. $\frac{3}{5}$	25. $\frac{4}{9}$
26. $\frac{9}{10}$	26. $\frac{1}{4}$	26. $\frac{5}{9}$
27. $\frac{8}{9}$	27. $\frac{1}{2}$	27. $\frac{3}{7}$
28. $\frac{1}{7}$	28. $\frac{2}{9}$	28. $\frac{1}{6}$
29. $\frac{4}{7}$	29. $\frac{2}{3}$	29. $\frac{1}{10}$
30. $\frac{7}{8}$	30. $\frac{5}{7}$	30. $\frac{3}{10}$

Tiempo: Una sesión de 30 minutos de acuerdo a las necesidades de enseñanza del tema que se requieren en cada bloque el programa de los grados de 3° a 6°.

Desarrollo de la Actividad.

- A cada alumno se le da una carta de bingo con fracciones.
- Se decide quién será la persona que llama. El llamador es responsable de llamar a las fracciones del bingo y no es un jugador en el juego. Así que la persona más probable que llama es el profesor o algún padre o madre de alguno de los alumnos y que es invitado con anticipación.
- La persona que llama o va anunciando las fracciones debe recordar a todos que el espacio central de las tarjetas, aquel marcado con una estrella, es libre y todos deben marcarlo es decir es un comodín.
- La persona que llama escoge una lista de fracciones preparada que sustituye a la tómbola en el juego tradicional.
- La persona que llama lee una fracción a la vez y la tacha, y permite a los jugadores marcar en una de las visualizaciones de fracción en la tarjeta si coincide.
- Si la fracción llamada, no coincide con ninguna de las representaciones gráficas de fracciones en las cartas, el jugador no marcará ninguna en su carta.
- El juego continúa hasta que alguien tenga marcas a lo largo de una fila de su carta, a lo largo de una columna o a lo largo de una diagonal.



- El primer jugador en marcar uno de estos patrones deben ponerse de pie y gritar "¡BINGO!"
- Después de que un jugador se haya declarado ganador, el llamador debe comprobar el BINGO para asegurarse de que el jugador realmente haya marcado las respuestas que responden a las operaciones que fueron llamadas. Si todas sus respuestas se comprueba, habrá felicitaciones.

- Si usted desea tener más de un ganador, el juego sigue. Esta es una manera de tener múltiples ganadores. Mientras el primer ganador espera la próxima partida, los demás siguen jugando.

Recurso consultado en <http://neoparaiso.com/imprimir/bingo-de-fracciones.html>

Al material se le hicieron las adecuaciones necesarias que responden a las necesidades de los docentes frente a grupo que participan en la investigación.

Apéndice D. Los dados y la recta numérica.

Asignatura: Matemáticas

Competencia docente: Valorar procedimientos para la representación de fracciones mediante el juego de los dados. Promover en los alumnos el trabajo en colaboración y la movilización de saberes.

Competencias a desarrollar en los alumnos:

- Resolver problemas de manera autónoma.
- Comunicar información matemática.
- Validar procedimientos y resultados.
- Manejar técnicas eficientemente.

Propósito:

Que los alumnos logren:

- Fortalecer el significado de la relación parte-todo de la fracción.
- Fortalecer el significado de la relación parte-todo de la fracción en contextos continuos.
- Familiarizarse con la representación de fracciones como puntos en la recta numérica.
- Relacionar la representación numérica con la gráfica de las fracciones.
- Reforzar el aprendizaje de los conceptos básicos: numerador, denominador, fracciones propias, impropias, mixtas y equivalentes.
- Resolución del juego en trabajo colaborativo.
- Argumentar decisiones del juego.

Organización del grupo: en equipos de 4 o 5 alumnos.

Material Didáctico: 2 dados grandes para realizar la actividad grupal y hacer lanzadas por el docente o un alumno(a).

Un dado de color azul y un dado de color rojo -opcional el color- para cada equipo.

Rectas numéricas por equipo –opcional-.

Tiempo: Una sesión de 30 minutos de acuerdo a las necesidades de enseñanza del tema que se requieren en cada bloque el programa de los grados de 3° a 6°.



Desarrollo de la Actividad.

- El docente explica a los alumnos la dinámica de las lanzadas de los dados–pueden ser: entre cinco y ocho para no alargar tanto la actividad-.
- El docente indica cuál dado va a representar al numerador y cuál al denominador o da la alternativa de que cada equipo lo determine.
- Los alumnos hacen sus lanzadas para representar las fracciones que se vayan formando.
- Los alumnos realizan lo que se haya establecido como propósito de la actividad con las fracciones formadas. Ejemplo: diferenciar fracciones propias, impropias y/o mixtas.
- Si el propósito es ubicar fracciones en la recta se da un poco más de tiempo a los alumnos.
- El equipo elige a un moderador que pasa al frente del grupo a explicar lo que se realizó al interior del mismo.
- Al final los alumnos comentan lo que aprendieron y lo que se les dificultó de la actividad.

Se tomaron algunas ideas del texto de Luz María Marván localizado en el sitio web:

http://formacioncontinuaedomex.files.wordpress.com/2012/12/fracciones_primaria_secuencias_did.pdf

Apéndice E. El dominó de fracciones.

Asignatura: Matemáticas

Competencia docente: Valorar procedimientos de resolución del juego de dominó de fracciones. Promover en los alumnos el trabajo en colaboración y la movilización e saberes.

Competencias a desarrollar en los alumnos:

- Resolver problemas de manera autónoma.
- Comunicar información matemática.
- Validar procedimientos y resultados.
- Manejar técnicas eficientemente.

Propósito:

Que los alumnos logren:

- Fortalecer el significado de la relación parte-todo de la fracción.
- Fortalecer el significado de la relación parte-todo de la fracción en contextos continuos.
- Relacionar la representación numérica con la gráfica de las fracciones.
- Reforzar el aprendizaje de los conceptos básicos: numerador, denominador, fracciones equivalentes.
- Resolución del juego en trabajo colaborativo.
- Argumentar decisiones del juego.

Organización del grupo: en equipos de 5 o 6 alumnos.

Material Didáctico: 27 fichas para cada equipo. Cada ficha con una fracción en forma gráfica y otra en representación numérica.

Tiempo: Una sesión de 30 minutos de acuerdo a las necesidades de enseñanza del tema que se requieren en cada bloque el programa de los grados de 3° a 6°.

Desarrollo de la Actividad.

- A cada equipo se le entrega una caja con el contenido de las 27 fichas de dominó.
- Dependiendo de la cantidad de integrantes del equipo, se reparten las fichas a cada uno de manera equitativa.
- Las fichas sobrantes se dejan al centro de la mesa y el primer integrante que no tiene ficha para poner, toma una del centro.
- Cada integrante va intentando seguir poniendo la ficha que ocupe la representación gráfica o numérica.
- El equipo decide hacia qué dirección, izquierda o derecha, gira el rol de participación de cada integrante.
- Gana el juego el integrante que se queda sin fichas primero.
- Los demás siguen jugando hasta que el último deposita su ficha y termina el juego.
- El equipo elige a un compañero para que explique al grupo cómo les fue en el juego y las situaciones que se les hicieron más complicadas.



Nota: Se le hicieron modificaciones al material debido a que las fichas no tenían la línea para separar la representación numérica de la gráfica y esto creó confusión en los alumnos. Una vez que se separó una representación de la otra, el desempeño de los alumnos fue mejor.



Se tomaron algunas ideas del sitio web:

<http://anagarciaazcarate.wordpress.com/2013/05/25/domino-de-fracciones-como-partes-de-un-todo-y-como-decimal-2/>

Apéndice F. Los pasteles de fracciones.

Asignatura: Matemáticas

Competencia docente: Valorar procedimientos de resolución de repartos de pasteles. Promover en los alumnos el trabajo en colaboración y la movilización e saberes.

Competencias a desarrollar en los alumnos:

- Resolver problemas de manera autónoma.
- Comunicar información matemática.
- Validar procedimientos y resultados.
- Manejar técnicas eficientemente.

Propósito:

Que los alumnos logren:

- Fortalecer el significado de la relación parte-todo de la fracción en contextos continuos.
- Relacionar la representación numérica con la gráfica de las fracciones.
- Reforzar el aprendizaje de los conceptos básicos: numerador, denominador, fracciones equivalentes.
- Comparar fracciones.
- Realizar sumas de fracciones.
- Representar fracciones propias, impropias y mixtas al utilizar más de un pastel en los repartos.
- Resolución de repartos en trabajo colaborativo.
- Argumentar decisiones para la realización de los repartos.

Organización del grupo: en equipos de 5 o 6 alumnos.

Material Didáctico: Una caja con 7 pasteles divididos cada uno en medios, tercios cuartos, quintos, sextos, octavos y décimos respectivamente.

Tiempo: Una sesión de 30 minutos de acuerdo a las necesidades de enseñanza del tema que se requieren en cada bloque del programa de los grados de 3° a 6°.

Desarrollo de la Actividad.

- A cada equipo se le entrega una caja con el contenido de los siete pasteles.
- Las indicaciones para empezar a jugar van a depender de la situación que se establezca para esa sesión: comparar fracciones, repartir fracciones y determinar a quién le toca más,...
- El equipo elige a un compañero para que explique al grupo cómo les fue en el juego y las situaciones que se les hicieron más complicadas y lo que hicieron para resolverlas.

