



**SECRETARÍA DE EDUCACIÓN
SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN MEDIA
SUPERIOR Y SUPERIOR
DIRECCION DE FORMACIÓN Y SUPERACION
PROFESIONAL DE DOCENTES
DEPARTAMENTO DE UNIDADES DE UPN**

UNIDAD UPN 281 VICTORIA

TESIS

**CONOCIMIENTOS PREVIOS PARA RESOLVER
PROBLEMAS ALGEBRAICOS CON PRODUCTOS
NOTABLES EN EDUCACIÓN SECUNDARIA**

ANTONIO DIMAS RAMOS

CD. VICTORIA, TAM.

NOVIEMBRE DE 2024



**SECRETARÍA DE EDUCACIÓN
SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN MEDIA
SUPERIOR Y SUPERIOR
DIRECCION DE FORMACIÓN Y SUPERACION
PROFESIONAL DE DOCENTES
DEPARTAMENTO DE UNIDADES DE UPN**

UNIDAD UPN 281 VICTORIA

TESIS

**CONOCIMIENTOS PREVIOS PARA RESOLVER
PROBLEMAS ALGEBRAICOS CON PRODUCTOS
NOTABLES EN EDUCACIÓN SECUNDARIA**

Que para obtener el título de Maestría en Educación Básica

PRESENTA

ANTONIO DIMAS RAMOS

CD. VICTORIA, TAM.

NOVIEMBRE DE 2024

DICTAMEN DE TESIS PARA LA OBTENCIÓN DE GRADO

C. ANTONIO DIMAS RAMOS

NOVIEMBRE 23, 2024

P R E S E N T E.-

En mi calidad de Presidente del Comité de Posgrado e Investigación de esta Unidad y como resultado del análisis a su trabajo intitulado "CONOCIMIENTOS PREVIOS PARA RESOLVER PROBLEMAS ALGEBRAICOS CON PRODUCTOS NOTABLES EN EDUCACIÓN SECUNDARIA"; opción: Tesis, a propuesta del tutor el C. DRA. ROSA MARÍA GONZÁLEZ ISASI, manifiesto a Usted que reúne los requisitos académicos establecidos al respecto por la Institución.

Por lo anterior, se dictamina favorablemente su trabajo y se le autoriza a presentar su examen para la obtención del Grado de Maestro de Educación Básica.

ESTADOS UNIDOS MEXICANOS
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN
SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR Y SUPERIOR
DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN SECUNDARIA
PROFESORADO DE DOCENTES
SUBSECRETARÍA DE FORMACIÓN DE DOCENTES
DEPARTAMENTO DE UNIDADES DE UPN
UNIDAD 281
CD. VICTORIA, TAM.

ATENTAMENTE
"EDUCAR PARA TRANSFORMAR"

MTRO. PEDRO JAVIER VARGAS GARCIA
PRESIDENTE DEL COMITÉ DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

Agradecimientos

El primer agradecimiento se lo dedicó a Dios por estar siempre presente a mi lado a lo largo de este proceso y así permitirme terminar mis estudios de maestría en educación básica de una manera favorable.

A mis padres, por ser un gran ejemplo de lucha y superación, por siempre confiar en mí en cada nivel educativo que fui cursando, por su apoyo incondicional hoy les digo muchas gracias.

A mi esposa, gracias por tu confianza, tiempo y apoyo, lo logramos juntos porque en mis momentos de dudas y desesperación tu estuviste ahí para darme aliento y fuerzas para continuar mis estudios.

A mis hijos, porque a su corta edad lograron comprender que papá estaba buscando superarse profesionalmente, que el tiempo que le dedicaba a la maestría era tiempo que tenía que recompensar a su lado al termino de estos estudios.

A la Dra. Rosa María González Isasi, le agradezco su incondicional apoyo, gracias por todas sus enseñanzas, su profesionalismo, su pasión por la educación y la investigación. De su mano aprendí muchas cosas y hoy con orgullo lo digo yo fui alumno de una gran docente.

Resumen

La presente investigación cualitativa se realizó a través de un estudio de caso, en donde se trabajó con un grupo de 28 alumnos de tercer grado de educación secundaria ubicada en una zona urbana de Tamaulipas. Se analizó el uso de conocimientos previos para la resolución de problemas algebraicos con productos notables, pues se identificó que los alumnos tenían dificultades para la resolución de problemas de multiplicación de binomios; se les dificultaba la identificación y justificación de las reglas que los definen como productos notables. Se diseñó, aplicó y analizó una estrategia de intervención basada en el aprendizaje colaborativo. Para obtener información relevante al objeto de estudio en la aplicación del proyecto de investigación se realizaron entrevistas, registros de observación, rúbricas y un diario de campo. Los datos obtenidos se organizaron en tres categorías: (a) recuperación de los conocimientos previos, (b) resolución de multiplicación de binomios con productos notables, (c) mediación pedagógica en el manejo de los productos notables. Se encontró que la recuperación de los conocimientos previos tuvo una percepción positiva por parte de los alumnos porque lograban realizar la multiplicación de binomios con bases sólidas y así, identificar y aplicar las reglas que los definen como productos notables. Así mismo, que con la mediación que realizó el profesor al considerar fortalecer los conocimientos previos antes de iniciar con las multiplicaciones de binomios, los alumnos lograron establecer la conexión entre conocimientos matemáticos, lo que les facilitó la identificación y aplicación de las reglas de los productos notables.

Palabras clave: Aprendizaje colaborativo, aprendizaje de las matemáticas, problemas de aprendizaje y mediación pedagógica.

Tabla de contenido

Capítulo 1. Introducción.....	6
Antecedentes.....	6
Planteamiento del problema.....	11
El contexto del problema.	11
La escuela, el centro de trabajo.	11
El salón de clase, el grupo.	12
Narrando la práctica docente.	14
Estudios que han analizado el problema.....	18
Estudios sobre conocimientos previos para aprender matemáticas.....	19
Estudios sobre aspectos que influyen en el aprendizaje matemático.....	21
Estudios sobre resolución de problemas matemáticos.....	22
Estudios sobre resolución de problemas algebraicos con productos notables.....	23
Estudios sobre el aprendizaje colaborativo en matemáticas.	25
Deficiencia de esos estudios	27
Preguntas de investigación.....	27
Justificación.....	27
Propósito	28
Capítulo 2. Revisión de la literatura.....	29
Las matemáticas en educación secundaria.....	29
Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas.	30
Vinculación de contenidos entre la aritmética y el álgebra.	32
Dificultades para resolver productos notables.	34

La resolución de problemas algebraicos y los aprendizajes previos.	35
Mediación pedagógica y ambientes de aprendizaje	36
Consideración de los conocimientos previos.....	36
Desarrollo de ambientes de aprendizaje.	38
Planeación con base en los conocimientos previos.	39
Estrategias didácticas en la mediación pedagógica.	40
La evaluación en la mediación pedagógica.	44
Capítulo 3. Metodología	47
Enfoque	47
Estrategia de indagación	48
Sujetos participantes	49
Técnicas e instrumentos de investigación	49
La observación.	50
Registro de observación participante.	51
Rúbrica socioformativa analítica.....	51
Diario de campo.	52
La encuesta.	53
Prueba de conocimientos.	54
Estrategia de intervención	55
Procedimiento metodológico	56
Fase diagnóstica.	56
Fase de intervención.	58
Procedimiento de análisis de los datos	62
Cuestiones éticas de la investigación.....	63

Capítulo 4. Resultados	65
Recuperación de los conocimientos previos	65
Percepción de los alumnos ante la recuperación de conocimientos.	65
Memoria y conocimientos previos.	67
Resolución de multiplicación de binomios con productos notables	70
Uso de conocimientos previos en la multiplicación de binomios.	71
Inferir la regla de los productos notables.....	75
Aplicación de los productos notables.	83
Mediación pedagógica en el manejo de los productos notables	88
Consideración de los conocimientos previos.....	88
Conexión entre conocimientos matemáticos.	94
Evaluación de la aplicación de productos notables.	99
Conclusiones	105
Referencias	109
Apéndices.....	119
Apéndice A. Examen diagnóstico-Matemáticas III.....	120
Apéndice B. Test VAK	125
Apéndice C. Registro de observación videograbado: fase diagnóstica	130
Apéndice D. Instrumento de estándares de desempeño docente en el aula.....	134
Apéndice E. Entrevistas a alumnos	145
Apéndice F. Plan de acción de la estrategia de intervención	148
Apéndice G. Registro de observación videograbado: fase de intervención.	155
Apéndice H. Rubricas socioformativas analíticas	183
Apéndice I. Diario de campo.....	187

Índice de gráficos

Gráfico 1.....	13
Resultados del examen diagnóstico	13
Gráfico 2.....	14
Resultados de la prueba VAK.....	14

Capítulo 1. Introducción

En este capítulo se abordan los antecedentes que dan origen a una nueva reforma educativa en México. Se incluye el planteamiento de un problema educativo de la práctica docente en el nivel de educación secundaria en la materia de matemáticas. Se analizan diversas investigaciones que ya abordaron ese problema, sus fortalezas y deficiencias en el estudio. Se plantean las preguntas de investigación que dieron la pauta para enfocarse a la resolución del problema, la importancia de estudiarlo y el propósito del estudio.

Antecedentes

La educación en México ha sufrido transformaciones con el paso del tiempo que han sido impulsados por los cambios políticos, económicos, sociales y culturales, que se han reflejado en diversas modificaciones a las orientaciones y lineamientos de la educación básica, englobadas en reformas educativas.

Cada reforma educativa que se ha implementado va acompañada de un conjunto de principios que fundamentan la transformación educativa a un nuevo modelo. La última reforma educativa implementada en el año 2019 lleva el nombre de la Nueva Escuela Mexicana (NEM) (Secretaría de Educación Pública, 2019). Ésta se diseñó como un modelo educativo derivado de la transformación de la sociedad con el objetivo principal de promover el aprendizaje de excelencia, inclusivo, pluricultural, colaborativo y equitativo de todas las niñas, niños, adolescentes y jóvenes del país. Centra su visión en mejorar la calidad educativa con lineamientos sobre:

- Fomento de la identidad con México
- Responsabilidad ciudadana

- Honestidad
 - Participación en la transformación social
 - Respeto a la dignidad humana
 - Promoción de la interculturalidad
 - Promoción de la cultura de la paz
 - Respeto por la naturaleza y el cuidado del medio ambiente
- (Secretaría de Educación Pública, 2019).

El sustento legal para la NEM es la reforma a la constitución en los artículos 3o., 31 y 73, en los que se señala el derecho a la educación desde el nivel de educación inicial hasta el superior. Allí se dispone que todos los mexicanos tienen derecho a la educación e identidad propia, con garantía del ejercicio de sus derechos sociales, económicos, culturales y educativos. (Secretaría de Gobernación, 15 de mayo de 2019).

Esta transformación educativa está respaldada por la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO por sus siglas en inglés) que en el año 2019 creó la comisión internacional sobre los frutos de la educación para reinventar cómo el conocimiento y el aprendizaje pueden transformar el futuro de la humanidad y del planeta. Esta comisión después de varias investigaciones realizadas concluyó que es necesario centrar el proceso de enseñanza – aprendizaje en el alumno, rescatar el rol del profesor como mediador, así como de promotor de mejora en la escuela y la comunidad, la participación de los profesores en cambios educativos, mejorar las políticas educativas en los países y la importancia del aprendizaje colaborativo (Organización de las

Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura, 2019).

Otra base para la transformación a un nuevo modelo educativo fueron los resultados de las diferentes pruebas que se aplicaron a niños, niñas, adolescentes y jóvenes del país para medir el nivel académico. Nivel que en México ha sido evaluado en estos últimos tiempos por diferentes pruebas como lo son: Exámenes de la Calidad y el Logro Educativo (EXCALE), Exámenes Nacionales del Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE), y el Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA), cada uno con sus fortalezas y debilidades. En los resultados de ninguno de esos exámenes se ha reflejado un avance significativo en cuestión de calidad educativa.

La NEM (Secretaría de Educación Pública, 2019) plantea diversos retos que se requieren cumplir. Algunos de ellos son:

1. Preparación docente y trabajo colaborativo. Los cambios en el modelo educativo exigen profesores más preparados, por lo que las autoridades educativas deben de brindar los medios necesarios para la preparación y superación docente, además de que conozcan el nuevo modelo antes de implementarlo, lo cual constituye el primer paso. Incluir en esa preparación, el impulso al trabajo colaborativo que los profesores deben de desarrollar al compartir experiencias y aprender unos de otros.

2. Participación activa de todos los actores en el proceso enseñanza – aprendizaje. Se planteó que la enseñanza - aprendizaje no es unilateral y no solo se desarrolla entre el profesor y el alumno, sino que incluye a los demás actores del proceso educativo. De allí que este reto educativo invita a encontrar los métodos para involucrar más a la escuela, padres de familia y sociedad en el

proceso educativo. Implica dejar de ver a la enseñanza solo como una “obligación” del profesor frente a grupo, sino que requiere de encontrar los medios necesarios para que los padres de familia se sientan parte de la enseñanza de sus hijos.

3. Aprendizaje colaborativo. El NEM se distingue por darle énfasis a la forma en que el alumno se apropia de los conocimientos y uno de ellos es el aprendizaje colaborativo. El reto docente para esta nueva visión es encontrar las estrategias adecuadas dentro del salón de clases para la interacción entre pares y puedan compartir sus saberes, la forma de interpretación y soluciones de un problema.

4. Replantear el rol del docente. Este es un gran reto que implica la comprensión de los nuevos modelos educativos y romper con la dinámica en la que los profesores explican la clase, ponen un ejemplo para que alumno realice varios ejercicios de éste, para seguir la línea que el profesor trazó, lo que propicia una mecanización. Así, se requiere que funja como orientador del conocimiento, quien motive al alumno a explorar nuevas formas de entender un problema, de encontrarle solución, de motivarlo al estudio y establecer el enlace lo estudiado dentro del aula tiene aplicación en la vida diaria.

5. Práctica educativa dentro del salón de clase. Tal vez el reto más importante dentro de la función docente, porque es el que impacta directamente sobre el aprendizaje de los alumnos, este nuevo modelo invita a reflexionar sobre la práctica docente actual. El diagnóstico del grupo, la organización de contenidos, las estrategias metodológicas y la evaluación son cosas que se deben de replantear bajo esta nueva mirada educativa para colocar en primer plano a el alumno como una persona que aprende con sus pares, analítico, reflexivo, entre

otras.

Estos retos requieren que el profesor cuente con ciertos dominios, criterios e indicadores del perfil deseable para desempeñar su función docente y poder contribuir a una educación de calidad, los cuales son:

- I. Una maestra, un maestro que asume su quehacer profesional con apego a los principios filosóficos, éticos y legales de la educación mexicana.
- II. Una maestra, un maestro que conoce a sus alumnos para brindarles una atención educativa con inclusión, equidad y excelencia.
- III. Una maestra, un maestro que genera ambientes favorables para el aprendizaje y la participación de todas las niñas, los niños o los adolescentes.
- IV. Una maestra, un maestro que participa y colabora en la transformación y mejora de la escuela y la comunidad (Secretaría de Educación Pública, 2020, p 17).

La NEM toma algunas referencias del programa educativo 2017, dándole un nuevo sentido o sentido más amplio, con el que se busca la excelencia educativa. En ello se incluye: “Tener en cuenta los saberes previos de los estudiantes” (Secretaría de Educación Pública, 2017a, p.87), como el segundo principio pedagógico.

En la búsqueda de la calidad educativa bajo esta nueva propuesta, es necesario que en la adquisición de nuevos conocimientos matemáticos el alumno cuente con un respaldo de conocimientos previos que le sirvan de guía para poder establecer enlaces cognitivos que le ayuden a adquirir nuevos conocimientos. Bajo esta consideración se analizó la realidad de un grupo de tercer grado de educación

secundaria en el que se identificó la problemática de la falta de conocimientos previos para la resolución de problemas algebraicos con productos notables.

Planteamiento del problema

La práctica docente que a continuación se describe se desarrolló en el nivel básico educativo, en una escuela secundaria ubicada en la zona urbana de Ciudad Victoria, Tamaulipas.

El contexto del problema.

A continuación, se describe de una manera general la escuela en donde se observó la problemática planteada que es la falta de conocimientos previos para la resolución de problemas algebraicos en productos notables, el grupo con el que se trabajó la problemática y la descripción de una sesión videograbada que fundamenta la problemática de estudio.

La escuela, el centro de trabajo.

Por pertenecer a una zona urbana, los habitantes tienen acceso a todos los bienes y servicios de primera necesidad: agua, electricidad, drenaje, telefonía, televisión por cable, Internet, pavimentación, recolección de basura, servicio postal, entre otros. Por lo tanto, se puede decir de manera global que el nivel socioeconómico de la zona es medio.

La escuela cuenta con un terreno de 20 000 m² en el que se distribuyen 18 aulas de grupo, además de dos laboratorios, dirección, subdirección, biblioteca, laboratorio de cómputo, auditorio, trabajo social y orientación vocacional, medicina escolar, contraloría, aula de atención al rezago, ocho módulos de sanitarios, cuatro áreas de bebederos, cuatro prefecturas, bodegas, área para atención de Unidades de Servicios de Apoyo a la Educación Regular (USAER), Comité Delegacional,

explanada techada, una cancha con gradas techada y dos sin techar, gimnasio, campo de futbol, salón de danza, espacio de banda de guerra, área de recepción y estancia de los alumnos, cooperativa escolar, refresquería, estacionamiento y áreas verdes. Espacios que ayudan a que los programas educativos con que se atiende a los alumnos apoyen a su formación integral.

La institución cuenta con programas permanentes como: USAER, tecnología educativa, emergencia escolar y escuadrón vial. También se desarrollan actividades extraescolares como danza, estudiantina y coro, así como equipos deportivos de futbol, volibol, basquetbol en las ramas varonil y femenino.

Se trabajaba en los turnos matutino de 07:00 a 13:20 horas y vespertino de 13:20 a 17:50 horas, y se atendía a 36 grupos con una plantilla de personal de 143 trabajadores entre directivos, profesores, personal administrativo, de asistencia educativa y asistentes de servicios en el plantel.

El salón de clase, el grupo.

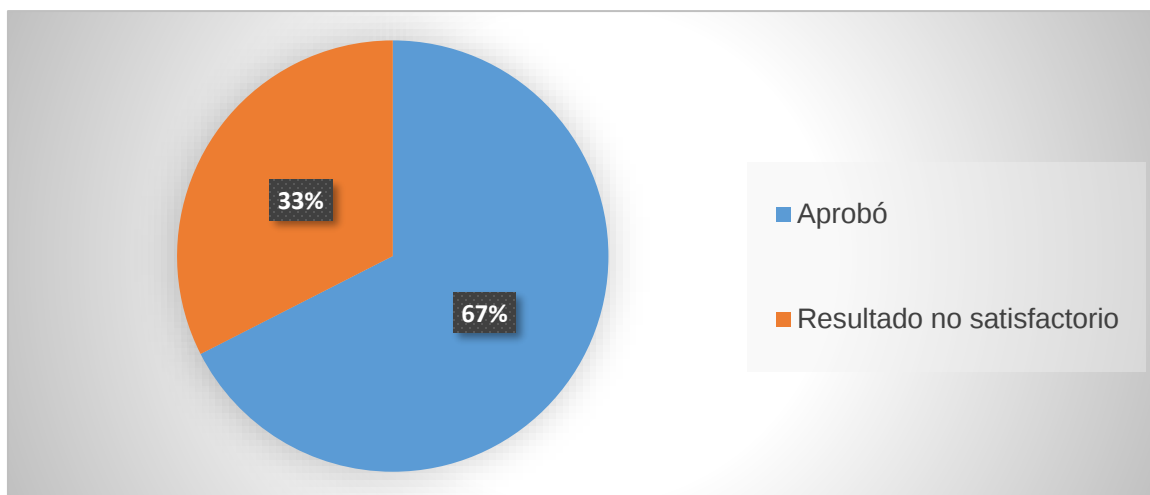
Se implementó el presente proyecto de investigación en un grupo de tercer grado del turno vespertino, en el que se detectó áreas de oportunidad evidenciadas por el resultado de la evaluación diagnóstica de inicio de ciclo. El grupo trabajaba en un aula que contaba con un proyector, pintarrón, escritorio, buena iluminación, adecuada ventilación, aire acondicionado, bancos individuales en buenas condiciones y con espacio suficiente para su acomodo. Lo cual constituía elementos apropiados para el desarrollo de la tarea educativa.

Este grupo estaba conformado por 28 alumnos; 13 mujeres y 15 hombres de edades entre los 14 y 15 años. Al inicio del ciclo escolar se les aplicó un examen de diagnóstico para conocer las fortalezas y áreas de oportunidad que presentaba

cada alumno. Se identificó que, en la materia de matemáticas, los resultados fueron los siguientes; el 67 % aprobó y el 33% no alcanzó resultado satisfactorio (ver Gráfico 1). Las áreas de oportunidad se centraban en las operaciones aritméticas básicas, operaciones algébricas, el cálculo de porcentajes, la interpretación y la correcta aplicación de las fórmulas para calcular el área y perímetro de figuras planas básicas.

Gráfico 1.

Resultados del examen diagnóstico

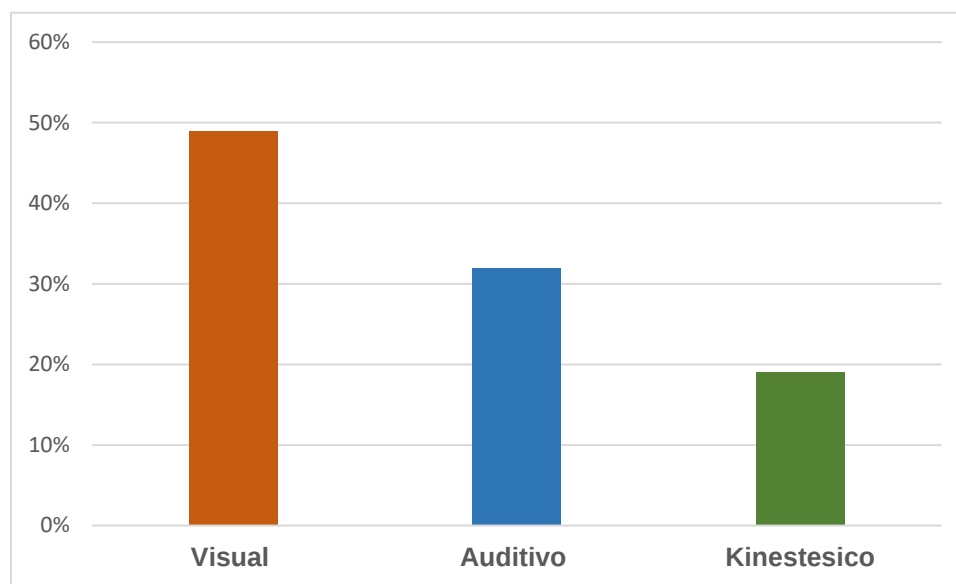


Con la finalidad de conocer los canales de aprendizaje de los alumnos, se les aplicó la prueba de modelo de programación neurolingüística de Bandler y Grinder (1982), también conocido como sistema VAK (por sus siglas de Visual, Auditivo, Kinestésico) para conocer sus estilos de aprendizaje. Se identificó que el 49% era visual, el 32% auditivo, y el 19% restante kinestésico (ver Gráfico 2). Con base en estos resultados se organizó el grupo en un primer momento. En general, el grupo era participativo, les gustaba el trabajo en pares o equipos, ponían

atención e interés hacia la asignatura, todo ello permitía que se trabajara en un ambiente áulico de respeto y colaboración.

Gráfico 2.

Resultados de la prueba VAK



Narrando la práctica docente.

Respecto a la práctica docente analizada durante la sesión de trabajo, se pudo identificar que estaba orientada según el enfoque teórico de Bruner (1966) en el que se concibe que el aprendizaje se vincula con lo que saben los alumnos y cómo lo adquieren; por lo que el conocimiento obtenido es una actividad mental que implica una clasificación interna y una estructuración por parte del alumno y al realizar estas acciones, se transforma en un participante activo del proceso de aprendizaje.

El contenido que se abordó en esa sesión fue multiplicación de binomios, el cual pertenece al eje temático de número, algebra y variación (Secretaría de Educación Pública, 2017b). Desde el primer acercamiento a la planeación de las

actividades, el tiempo de cada una de ellas, el propósito o aprendizaje esperado, los recursos a utilizar, el profesor tuvo siempre presente que para la práctica se debe de dominar dos conocimientos, “el conocimiento del contenido de la asignatura y el conocimiento pedagógico general” (Shulman, 1986). En la planeación se consideró los conocimientos previos de los alumnos para poder obtener la información necesaria de las conexiones que realizan y los procesos cognitivos para adquirir nuevos conocimientos. Así, las actividades se enfocaron desde un inicio a recabar la información de los aprendizajes previos de los alumnos para analizar la vinculación que ellos hacían con los nuevos conocimientos, estas actividades se fueron desarrollando de la siguiente manera:

En un primer momento el profesor colocó el nombre del contenido en el pizarrón y cuestionó a los alumnos, ¿cuáles son las partes de una multiplicación?, y ¿cómo se realiza la multiplicación de binomios por la propiedad distributiva? para enlazar los conocimientos previos a este nuevo contenido y si alguno presentaba alguna área de oportunidad reforzarla desde ese momento.

Con ayuda del grupo se dio el inicio de la clase, en donde los alumnos mostraron interés y poco a poco se fue desarrollo el contenido. Después de que ellos relacionaran sus conocimientos previos con el nuevo conocimiento, el profesor colocó en el pizarrón una serie de multiplicaciones para su resolución mediante la propiedad distributiva en forma lineal. Les dio un tiempo determinado para su revisión y análisis, al pasar los minutos algunos alumnos presentaban dificultad para resolver los ejercicios pues no tenían dominio de los conocimientos previos bases para comprender el tema, por lo que realizó una pausa y con ayuda de todo el grupo los guio en la resolución del primer problema y se aclararon las

dudas que presentaban. Ello también ayudó a los alumnos que se les facilitó la actividad por tener mayor claridad en los conocimientos previos que requerían. Nuevamente realizaron los ejercicios que se les planteó y el profesor dio un tiempo considerable para su revisión, la cual fue de manera grupal, así como de manera autoevaluativa. Los alumnos estuvieron participativos en todo momento.

En un segundo momento, al finalizar la revisión el profesor hizo énfasis en la multiplicación de los binomios. Al finalizar esta actividad el profesor comentó aspectos de la transversalidad del contenido en otras asignaturas como Física y Química.

Posteriormente, continuaron con las actividades programadas. El profesor anotó en el pizarrón unos ejercicios para que los alumnos calcularan la expresión algebraica que representa el área de figuras geométricas para que practicasen y verificaran la aplicación del contenido. Cuando se terminó de anotar los ejercicios en el pizarrón un alumno cuestionó sobre una posible variante al problema, con aporte de sus compañeros y del grupo en general aclaró sus dudas y continuó la actividad. Esta pauta que realizó el alumno lo llevó a un tipo de conocimiento que Schön (2002) identificó como reflexión en y durante la acción, como la reflexión que surge ante la sorpresa de algo inesperado. Estas dudas o inquietudes por parte de los alumnos indicaron que se encontraban atentos a lo que se estaba realizando. Esta actividad se evaluó en pares, el profesor les pidió que compartieran sus cuadernos con algún compañero para que se los revisara. Después de la revisión y con ayuda del grupo se aclararon dudas sobre la solución de los problemas en el pizarrón.

En un tercer momento, con el empleo del proyector se les plantearon

diversos ejercicios en los que se cuidó que los alumnos identificaran la aplicación de este contenido en la vida diaria y que en las aplicaciones digitales que ellos conocían estaban presentes. Si bien, con los ejercicios realizados, la observación del procedimiento y las preguntas planteadas se identificó que lograron relacionar el contenido con su vida diaria e identificaron la importancia de éste, una parte importante del grupo no logró adquirir los aprendizajes esperados, por no contar con las bases sólidas para poder adquirir un nuevo conocimiento, la multiplicación de binomios. Ello llevó a la consideración de que los resultados obtenidos de esta práctica fueron muy variados, pero el más importante fue la unión de los conocimientos previos con los nuevos conocimientos, en donde se identificó que los alumnos que no contaban con las bases de conocimientos necesarios presentaban más dificultad a la hora de interpretar nuevos problemas.

Si bien, la participación y motivación jugó un papel muy importante para el aprendizaje de los alumnos, ello no fue suficiente, pues aquellos que lograron el conocimiento de una manera significativa se cuestionaban algunos aspectos más que les resultaban complejos de entender. Por su parte, el profesor modificó la planeación inicial en el transcurso de la sesión ya que consideró lo que los alumnos planteaban, lo que marcó la pauta en cuestión del tiempo de aprendizaje. Esto pudo apreciarse en el registro de videograbación que se realizó de la clase.

Así, la importancia de la mediación quedó presente en el momento de visualizar el video de grabación de esta clase, el cual se realizó para poder realizar un análisis del problema detectado. Con éste, el profesor se dio cuenta de sus fortalezas y las áreas de oportunidad sobre las cuales necesitaba trabajar, mediante una autoevaluación según los estándares de calidad. Esta

autoevaluación le permitió identificar que necesitaba apoyar a los alumnos para que desarrollaran los aspectos de: la atención diversificada, la gestión de tiempos y la participación de todos los alumnos.

En esta práctica educativa el profesor tuvo mayores elementos sobre la problemática presente en el desarrollo de los contenidos de operaciones algebraicas de la materia de matemáticas, con relación al bajo nivel de conocimientos previos que poseían los alumnos y su vinculación para adquirir nuevos conocimientos. Esos procesos cognitivos se les dificultaban, por lo que no lograban realizar de manera satisfactoria los problemas algebraicos que se les planteaban, quedó de manifiesto desde un primer momento, desde el primer acercamiento a este nuevo tema de la multiplicación de binomios, en donde la participación solo era de ciertos alumnos quienes lograban emplear sus conocimientos previos para contestar la serie de preguntas que planteó el profesor al inicio de la clase.

Esta situación es problemática, ya que los contenidos matemáticos se vinculan, pues son base para otros contenidos, así, si los alumnos no logran comprender los conceptos básicos y realizar resoluciones de problemas en donde requieren aplicarlos, no lograrán vincular nuevos conocimientos sin un antecedente que los respalde. Esta práctica educativa aún está ligada a los planes y programas de estudio del 2017 en donde se trabaja por competencias, los principios pedagógicos que respaldan este plan de estudio se señalan en su segundo principio; tener en cuenta los saberes previos del alumno.

Estudios que han analizado el problema

Se analizaron estudios sobre: (a) conocimientos previos para aprender

matemáticas, (b) aspectos que influyen en el aprendizaje matemático, (c) la resolución de problemas matemáticos, (d) la resolución de problemas algebraicos con productos notables y (e) el aprendizaje colaborativo.

Estudios sobre conocimientos previos para aprender matemáticas.

Morales Urbina (2009) estudió los conocimientos previos y su importancia para la comprensión del lenguaje matemático en la educación superior de Puerto Ordaz, Venezuela. En el estudio cualitativo participaron 12 profesores y 100 alumnos en un proceso de reconocimiento y comprensión de la dinámica que gira alrededor del proceso de enseñanza y aprendizaje de la materia de Matemática I.

Los profesores colaboradores planificaron una serie de acciones en sus ámbitos de actuación y de acuerdo con sus necesidades, entre ellas, se diseñó un plan estratégico de acción para mejorar los conocimientos previos de los alumnos que ingresaron a la universidad. Morales Urbina (2009) empleó el método de investigación-acción colaborativa que siguió el modelo de espiral en ciclos sucesivos que incluyó primeramente un diagnóstico o descripción de la situación inicial, a partir de la cual, se da la planificación, acción, observación y reflexión o evaluación, que organizan el método o vía de obtención del conocimiento. Encontró que los alumnos mostraban una falta de dominio de estrategias para resolver problemas y una gran ausencia del desarrollo de las habilidades del pensamiento. Concluyó que la consideración y/o evaluación de los conocimientos iniciales ayuda al profesor a determinar el grado de profundidad con que se debe tratar un nuevo tema, reforzarlo o incorporarlo si se considera importante su dominio para comprender un nuevo conocimiento. Asimismo, que el diseño de situaciones de aprendizaje en las que se consideren las estructuras anteriores que

el alumno dispone y su actitud hacia el proceso de aprendizaje, le permite asimilar y acomodar nuevos significados del objeto de aprendizaje y nuevas operaciones asociadas a él.

Castellano-Gil, Stefos, Sánchez, Torres- Orellana y Reiban-Garnica (2018) realizaron un estudio sobre los conocimientos previos en tres universidades ecuatorianas: UC, UDA y UNAE, con la finalidad de realizar la aproximación al estado previo y evolutivo del conocimiento de tres grupos de alumnos universitarios adscriptos a la Universidad de Cuenca, la Universidad del Azuay y la Universidad Nacional de Educación de Ecuador. Los alumnos de las tres universidades procedían de 12 de las 24 provincias ecuatorianas. El estudio se enfocó en explorar el punto de partida cognitivo del alumnado en aspectos esenciales de la asignatura en el momento inicial del semestre y su constatación a la finalización de este. Para alcanzar los objetivos reseñados se aplicó un instrumento articulado en cuatro módulos de contenidos y orientados desde una triple perspectiva analítica: (a) identificar la característica inicial del grupo e individual; (b) detectar los posibles cambios experimentados una vez concluido el semestre y (c) valorar la incidencia del profesor y ejercitar un proceso de reflexión del papel ejercido. Encontraron que se produjeron cambios significativos en el proceso de aprendizaje.

Castellano-Gil et al. (2018) concluyeron que indagar sobre los conocimientos previos del alumnado al iniciar una materia o bien en una nueva etapa formativa, como monitorear su evolución, es un modo de aproximación al estado real de sus conocimientos que proporciona información muy relevante al profesor para encauzar estrategias didácticas y diseñar acciones prácticas.

Además, que constituye una herramienta de autoevaluación, reflexión metodológica, revisión de estrategias, planteamientos didácticos y cambio de prioridades en los objetivos de la enseñanza, junto a otras maneras de concebir la relación profesor-alumno, de potenciar su papel de acompañamiento e innovar en la organización del tiempo y los espacios, además, de la incorporación de elementos culturales que potencien una formación integral y significativa a partir de la construcción de conocimientos propio de la materia. Afirmaron que la experiencia docente interuniversitaria les sirvió para reflexionar sobre su desempeño y superar las fronteras del aula para conectar con otros espacios y acciones que han generado un enriquecimiento compartido a través de este proceso colaborativo.

Estudios sobre aspectos que influyen en el aprendizaje matemático.

Patiño Contreras, Prada Núñez y Hernández Suarez (2021) analizaron la resolución de problemas matemáticos y los factores que intervienen en su enseñanza y aprendizaje, investigaron los factores que inciden en la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Diversas investigaciones han demostrado la influencia de la práctica pedagógica del profesor, los afectos que se promueven y se generan en el aula hacia la asignatura y/o el profesor o los procesos matemáticos que promueve en el aula, entre muchos otros. En cuanto a la metodología adoptada se ajusta a las características del enfoque cuantitativo, a nivel descriptivo con un diseño de campo. Los integrantes de la muestra son un grupo de 80 profesores que laboran en instituciones públicas o privadas de Cúcuta y su área metropolitana, Colombia. Aplicaron un cuestionario que ha sido validado y se compone de 54 ítems en total en dónde se evalúan seis procesos

matemáticos, de los cuales 9 ítems corresponden al proceso de resolución de problemas, todos son evaluados mediante una escala Likert de cinco niveles. Los resultados indican que la resolución de problemas se correlaciona significativamente con los demás procesos matemáticos y se concluye que los procesos matemáticos no pueden funcionar de manera independiente o aislada unos de otros.

Patiño Contreras, Prada Núñez y Hernández Suarez (2021) concluyeron que un aspecto importante a resaltar para futuras investigaciones es identificar ¿qué entiende el profesor por un problema? Si ¿realmente le plantea situaciones problema a sus alumnos o si son simplemente ejercicios en situaciones contextualizadas para los cuales ya tiene definido un algoritmo de solución? Estas inquietudes surgen como posibles complementos investigativos a estos resultados, puesto que todos los procesos matemáticos deben estar asociados con la resolución de problemas y parece que algunos de ellos no son potenciados en el trabajo de aula.

Estudios sobre resolución de problemas matemáticos.

Arteaga-Martinez, Macías y Pizarro (2020) analizaron con método de estudio de casos la resolución de problemas matemáticos de carácter numérico, algebraico y geométrico para conocer los procesos de resolución. El estudio centró la atención en la resolución de problemas como recurso didáctico, en donde se presta especial atención a las representaciones que los alumnos emplean durante esa resolución, la cual resulta un elemento facilitador de la comprensión. Los sujetos de estudio fueron 99 alumnos del primer y tercer curso de educación secundaria que tenían dificultades en los procesos metacognitivos de la resolución

de problemas matemáticos, en Costa Rica. Con este estudio encontraron que había más fortaleza en la estrategia de planeación, el describir las estrategias metacognitivas utilizadas por los alumnos durante la resolución del problema, el reconocer de manera correcta la pregunta del problema geométrico, que utilizar, en este caso de manera preferente, el registro geométrico.

Arteaga-Martínez, Macías y Pizarro (2020) concluyeron que el alumno debe recibir una instrucción metacognitiva que le facilite el razonamiento matemático desde la formulación y respuesta de una serie de preguntas centradas en comprender el problema, construir las conexiones con el conocimiento previo, uso de estrategias adecuadas y reflexión sobre el proceso y la solución. Por ello, los profesores deben dedicar tiempo a elegir o formular problemas adecuados para la construcción y consolidación de los contenidos trabajados, apropiados al nivel y desarrollo cognitivo de nuestros alumnos, vinculados con sus posibles inquietudes e intereses, lo que genera en ellos un gusto por la investigación y el descubrimiento. Al considerarlos, estarán más cerca de conseguir que los problemas no solo sean una herramienta que potencia el aprendizaje significativo de nociones matemáticas, sino también un recurso que dota a los alumnos de una serie de capacidades y destrezas que les permita afrontar obstáculos que se encuentren en su día a día.

Estudios sobre resolución de problemas algebraicos con productos notables.

Jiménez Espinosa, Parra Quemba y Camacho Reyes (2016) estudiaron la enseñanza y aprendizaje en resolución de problemas matemáticos con productos notables con el objetivo de establecer las características de las prácticas de

enseñanza y aprendizaje en la resolución de problemas de factorización para el grado octavo, y caracterizar algunos aspectos de las prácticas de enseñanza y aprendizaje de resolución de problemas sobre productos notables. En el estudio mixto participaron 191 alumnos de educación secundaria. Emplearon el método de investigación-acción. Con este estudio encontraron que la representación algebraica y geométrica de los productos notables permite al alumno reconocer a primera vista el objeto en cuestión; pero, al mismo tiempo, presenta un aspecto negativo, ya que los alumnos se enfrentan a representaciones únicas y en una misma posición; ellos presentan dudas sobre estas representaciones, no tienen idea del porqué las expresiones algebraicas están representadas así, y es evidente que no la representarán de otra forma. Concluyeron que era posible proponer el uso de otras representaciones conectadas con la factorización, permite enriquecer la forma de abordar las temáticas e ir más allá de lo presentado en los libros, pues los tres contextos planteados permiten la exploración algebraica, geométrica y cartesiana de los productos notables; a su vez, amplían la visión de los alumnos frente a la resolución de problemas.

Gómez Segura (2022) estudió las estrategias didácticas en la enseñanza de los productos notables y la factorización en la telesecundaria. Con el objetivo de resignificar las operaciones matemáticas de los productos notables y la factorización con procedimientos geométricos y razonamiento lógico matemático, de tal manera que los alumnos vean las operaciones como inversas una de otra y esto les permita transitar matemáticamente con mayor facilidad. En el estudio cualitativo participaron 20 alumnos de telesecundaria en México, Para aplicar las actividades didácticas, se rescataron los conocimientos previos de los alumnos, lo

cual les permitió construir con mayor facilidad las reglas para el desarrollo de los productos notables como es el caso de los binomios cuadrados, conjugados y binomios con un término común; posteriormente, se realizaron las actividades inversas, es decir, pasar de un trinomio cuadrado perfecto a un binomio cuadrado y así sucesivamente con los otros dos productos notables.. Utilizó el método de investigación-acción. Con este estudio encontró que las dificultades se centran en la representación gráfica de los binomios conjugados y en la construcción de la regla de los binomios con un término común. Concluyó en que los alumnos pudieron relacionar las operaciones en forma retrospectiva hasta llegar al punto de partida; este razonamiento casi desperdiciado en la enseñanza de la matemática permite apropiarse de la resolución de problemas con su respectiva comprobación, eso quiere decir que existe un aprendizaje con un razonamiento metacognitivo.

Estudios sobre el aprendizaje colaborativo en matemáticas.

Álvarez Méndez (2020) realizó el estudio cualitativo con estudio de casos “El trabajo colaborativo: una estrategia clave en la asignatura de matemáticas”. Participaron dos grupos de primer grado de bachillerato de 38 alumnos cada uno, a quienes le aplicó la evaluación diagnóstica al inicio del ciclo escolar; el grupo A obtuvo un promedio de 69.05 y el grupo B de 62.24 puntos. Con estos resultados, implementó el proyecto con los alumnos del grupo B, el cual obtuvo el promedio más bajo, esto con la finalidad de poder analizar qué tan funcional resultaba implementar estrategias de trabajo colaborativo durante el proceso de enseñanza aprendizaje y de evaluación. Encontró que después de la investigación los alumnos dejaron de ver al profesor como el único generador de conocimiento,

cambiaron su actitud de alumnos pasivos a activos, y tuvieron interés por investigar y socializar el conocimiento adquirido. Concluyeron que la implementación del trabajo colaborativo fue una estrategia efectiva para mejorar el desempeño académico de los alumnos, ya que la mayoría mejoró significativamente su aprovechamiento en matemáticas.

Gómez Gómez (2011) realizó un estudio cualitativo sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en secundaria con base en secuencias didácticas y el uso del trabajo colaborativo. El objetivo fue analizar la utilización de secuencias didácticas apoyadas con el uso del trabajo colaborativo en temas seleccionados de Matemáticas para facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje. Participaron 20 alumnos de tres grupos mixtos de tercer grado de educación secundaria, de edades de entre 14 y 15 años. Los alumnos tenían promedios de aprovechamiento diferentes entre sí. Desarrolló clases con secuencias didácticas y se apoyó en el trabajo en el aula con actividades basadas en el uso del trabajo colaborativo. Observó sesiones en el aula de clase, aplicó una prueba para medir el nivel de aprendizaje en los alumnos al término de estas y una entrevista semiestructurada a los alumnos en el campo de estudio. Encontró que la planificación detallada de actividades en una secuencia didáctica por parte del profesor de la asignatura en un tema seleccionado, primeramente, le facilitó la enseñanza al profesor, puesto que, al tener ejercicios y problemas resueltos previamente seleccionados, le permitieron un mejor desarrollo de las sesiones. Así mismo, el trabajo colaborativo resultó una metodología de enseñanza muy atractiva para los alumnos de secundaria, principalmente por la experiencia de interactuar entre compañeros para descubrir su propio aprendizaje, la cual incluso,

influyó para mejorar las relaciones personales entre algunos compañeros. Concluyó que a través de la interacción personal y del apoyo mutuo se pueden desarrollar habilidades que permitan a los alumnos descubrir y construir su propio aprendizaje, para poder así, destacar competencias necesarias para enfrentarse al mundo real.

Deficiencia de esos estudios

Si bien los estudios revisados aportaron elementos para considerar que era importante estudiar el problema de la relación entre los conocimientos previos que los alumnos poseían y la construcción de nuevos conocimientos, no todos esos estudios fueron realizados en México y no se desarrollaron en contextos del nivel de educación secundaria. De allí que se decidió diseñar una estrategia de intervención y analizar los resultados para identificar su pertinencia para la resolución de ese problema que se presentaba en un grupo de educación secundaria.

Preguntas de investigación

1. ¿Cómo utiliza el alumno de educación secundaria los conocimientos previos de matemáticas para adquirir nuevos conocimientos algebraicos de productos notables?
2. ¿Cómo el desarrollo de la mediación pedagógica que considera los conocimientos previos del alumno de educación secundaria propicia la adquisición de los nuevos conocimientos algebraicos de productos notables?

Justificación

Contar con información sobre la relación entre los conocimientos previos

que los alumnos poseían y los nuevos conocimientos que se requeriría que tuvieran, se consideró que ayudaría a que el profesor planificara y desarrollara la mediación pedagógica con bases sólidas para propiciar los aprendizajes de los alumnos. A los padres de familia les ayudará a comprender mejor esa condición que interfiere en el logro de los aprendizajes de sus hijos al momento de encontrarse con contenidos nuevos, y poder vincular los conocimientos que ya poseía con nuevos conocimientos. A las autoridades escolares a desarrollar acciones para que en los procesos educativos se consideren y se aseguren los conocimientos previos que los alumnos requieren y con esa base desarrollen la docencia.

Propósito

El propósito de esta investigación cualitativa con estudio de casos fue analizar cómo un proyecto de intervención basado en la importancia de considerar los conocimientos previos de los alumnos para la construcción de unos nuevos, permitió favorecer las competencias para la resolución de problemas algebraicos con productos notables en los alumnos de tercer grado de educación secundaria.

Capítulo 2. Revisión de la literatura

En este capítulo se abordan las características generales de las matemáticas como materia en el nivel educativo secundaria, las dificultades que presentan los alumnos en el aprendizaje de las matemáticas, la vinculación que existe entre contenidos aritméticos y algebraicos, los aprendizajes previos en la resolución de problemas algebraicos, las diferentes dificultades que los alumnos presentan al resolver problemas algebraicos de productos notables, la mediación pedagógica y los ambientes de aprendizaje favorable para el aprendizaje de las matemáticas, el profesor mediador y las matemáticas, y la planeación en la que consideró los aprendizajes previos.

Las matemáticas en educación secundaria

Las matemáticas son una ciencia exacta que estudia las relaciones entre los entes o elementos abstractos, como los son los números, signos y figuras. Entendiéndose como elemento abstracto a un objeto que no posee materia, no se encuentra en el espacio – tiempo, pero si puede definir acciones.

Las matemáticas como materia educativa en México tienen presencia en todos los niveles educativos por su amplia gama de aplicación dentro de la sociedad, esa misma sociedad que está en constante transformación y demanda alumnos cada vez más preparados en conocimientos matemáticos. Al respecto Orrantía (2006) señaló que “La sociedad actual, cada vez más desarrollada tecnológicamente, demanda con insistencia niveles altos de competencia en el área de matemáticas” (p.158). Cada nivel educativo requiere que los alumnos cuenten con ciertos aprendizajes esperados, estos aprendizajes van en orden de jerarquía de lo sencillo a lo complejo, es por lo que el estudiar matemáticas no

solo depende de aprender a sumar, restar, multiplicar y dividir.

Para analizar la materia de matemáticas en el nivel educativo secundaria, primero es necesario responder la siguiente pregunta, ¿Cuál es la materia de secundaria que más se te dificultó? La mayoría de los alumnos en México tal vez responderían que matemáticas. Las matemáticas en educación secundaria son la continuidad de lo ya aprendido en el nivel educativo primaria, lo que agrega nuevos conocimientos y los prepara para continuar sus estudios y para la vida en sociedad, brindándole las herramientas para ser más crítico, reflexivo y encontrar diferentes soluciones a los problemas que se presenten en su contexto.

Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas.

Las dificultades son variadas y dependen del nivel académico que se curse, pero en general suelen presentar las mismas características y por mencionar solo algunas de ellas, por ejemplo: la interpretación a los conceptos matemáticos, las palabras que se utilizan en la materia no son escuchadas por los alumnos con frecuencia en su vida diaria, llegan a un salón y escuchan conceptos que son difíciles de relacionar con algo, estos conceptos aluden a la propia naturaleza de la materia.

Otro aspecto que dificulta es que el lenguaje matemático es un lenguaje formal alejado del lenguaje que los alumnos utilizan habitualmente, es difícil de interpretar y por consecuencia difícil de relacionar con su vida diaria. Esto puede provocar en los alumnos una falta de ánimo o interés por la asignatura, no pueden estudiar algo que simplemente no comprenden.

La resolución de problemas tiene la característica de poner a razonar al alumno para encontrar las posibles soluciones, encontrar los algoritmos

adecuados para identificar las operaciones que se deben utilizar en la resolución de problemas, no solo se trata de seguir un mismo sendero trazado por el profesor, esa es la parte que distingue la materia entre otras. La solución implica la interpretación de problemas que el alumno tiene que leer y encontrar sentido a las operaciones que debe de realizar para resolverlo.

La cadena del conocimiento matemático, esta estructura parte desde el momento que el alumno ingresa a el nivel inicial y empieza a aprender los números, las formas geométricas básicas, entre otros. Esta cadena de conocimiento es una secuencia de contenidos que va aumentando el grado de dificultad conforme se avanza en el nivel educativo y su desarrollo cognitivo, como lo señaló Carrillo Siles (2009, p. 2) “Los aprendizajes matemáticos, de modo muy especial, constituyen una cadena en la que cada conocimiento va enlazado con los anteriores de acuerdo con un proceder lógico”.

Para entender un poco más este concepto, un ejemplo es la introducción y desarrollo del algebra, en el nivel educativo primaria se inicia esta rama de las matemáticas mediante la utilización de fórmulas para calcular el área y perímetro de figuras básicas, es aquí en donde el alumno ve por primera vez la representación de números mediante letras y la sustitución de las mismas para encontrar valores desconocidos, al ingreso a la educación secundaria el alumno continua con el estudio de esta rama de las matemáticas de una manera más profunda al iniciar con el lenguaje algebraico, las operaciones básicas con expresiones algebraicas, el manejo de ecuaciones y funciones, productos notables y factorización, entre otras. Así, éstos constituyen conocimientos que previamente debe aprender el alumno para comprender otras operaciones

algebraicas.

Si en algún momento o nivel educativo existe una deficiencia académica, no solo en la adquisición de contenidos, sino también en su madurez mental, se dificultará la resolución de operaciones formales como Piaget (1990) lo planteó en las etapas del desarrollo cognitivo, durante la etapa de operaciones formales el adolescente puede construir esquemas operatorios formales, en donde se obtiene la consolidación de la estructura que caracteriza a este subperiodo: el grupo INRC o grupo de doble reversibilidad. El adolescente se vuelve más abstracto al grado de razonar sobre proposiciones verbales sin referencia a situaciones concretas. El alumno difícilmente puede acceder a un nuevo conocimiento, es decir; si no conoce lo que es una expresión algebraica, difícilmente aprenderá a realizar operaciones con las mismas. Esta misma deficiencia se presenta en la articulación entre las distintas ramas de las matemáticas.

Vinculación de contenidos entre la aritmética y el álgebra.

Estudiar matemáticas en un conjunto resultaría una tarea muy difícil, es por eso que en el sistema educativo mexicano existe el estudio por las diversas ramas que la conforman, como lo son la aritmética, el álgebra, la geometría, la probabilidad, la estadística, trigonometría, entre otras. Estudiarlas como ramas de la matemática no significa una separación entre ellas pues todas van ligadas, no se concibe una sin la otra.

Para estudiar la vinculación que existe entre los contenidos de la aritmética y el álgebra, primero se necesita comprender que es la aritmética y el álgebra:

1. La aritmética es la rama de las matemáticas que se encarga del estudio de los números y las relaciones básicas que se establecen entre ellos:

adición, sustracción, multiplicación y división.

2. El álgebra es la rama de las matemáticas que estudia las operaciones que se realizan con la combinación de números y letras, las cuales representan valores conocidos o desconocidos llamados incógnitas.

Los contenidos de estas ramas de las matemáticas están vinculados. “Los procesos aritméticos no están desligados de los procesos algebraicos, la matemática juega un papel importante de mediador entre ambos procesos” (Rojas, Rodríguez, Romero, Castillo y Mora, 1999, p.19). El alumno desde inicio de su educación escolar o antes en el seno familiar aprende a identificar los números y las operaciones que entre ellos se realizan, y pueda aplicar esos conocimientos en la resolución de problemas aritméticos. De allí que esta rama de las matemáticas se considera la base del aprendizaje matemático, porque todo parte de los números y las relaciones existente entre ellos.

Posteriormente en sus estudios, el alumno ingresa a una nueva rama, la cual es el álgebra, por medio de fórmulas matemáticas para calcular perímetros y áreas de diferentes figuras geométricas; encontrar números perdidos en las operaciones básicas, entre otras formas. Sin embargo, aunque en la educación primaria no se le aborda con el nombre de álgebra, si empiezan a manejar cuestiones básicas inherentes a ella.

Cuando el alumno ingresa a educación secundaria el contenido del álgebra se expande y es ahí donde el alumno empieza a conocer un poco más sobre esa rama de las matemáticas. Esto conlleva la dificultad de su aplicación en la vida diaria, lo cual no resulta tan sencilla como en la aritmética, por el paso de los números a las letras. Pero, la vinculación es tan estrecha que lo que se realiza en

el álgebra puede ser comprobado por la aritmética.

Dificultades para resolver productos notables.

Para poder visualizar las dificultades en los productos notables, primero es necesario entender el concepto de productos notables. Para ello se requiere referirse a la aritmética y específicamente a las partes de una multiplicación las cuales son: (a) factores, aquellos números que se multiplican y (b) producto, el resultado que se obtiene de la multiplicación.

Los productos notables son resultados de las multiplicaciones algebraicas que tienen un producto o resultado que se nota sin necesidad de realizar la operación completa. Es decir; se puede llegar al resultado o producto mediante unas reglas que se pueden establecer por medio de la práctica de esas multiplicaciones.

Los productos notables que se estudian en tercer grado de educación secundaria son: (a) binomios al cuadrado, (b) binomios conjugados y (c) binomios con término común (Secretaría de Educación Pública, 2017c). La palabra binomio hace alusión a la expresión algebraica compuesta de dos términos, la multiplicación de estos binomios da como resultado a los productos notables.

Las dificultades para la resolución de productos notables son variadas como, por ejemplo: (a) falta de un aprendizaje previo en las operaciones básicas, (b) asociaciones incorrectas, (c) uso correcto de la ley de los signos y la ley de los exponentes. Como lo señaló García Suárez (2010) dentro de su clasificación de los doce tipos de errores más comunes en álgebra “Asociación incorrecta de productos notables. En este caso los alumnos intentan asociar las formas y fórmulas de productos notables para resolver la operación” (p.61).

Si los alumnos presentan deficiencias en esos aprendizajes previos será difícil adquirir un nuevo conocimiento. Los productos notables son identificables mediante la práctica de diferentes ejercicios y el alumno debe darse cuenta de que existe una regla para poder llegar al resultado sin necesidad de realizar tanta operación. Es esa característica especial lo que los convierte en productos notables.

La resolución de problemas algebraicos y los aprendizajes previos.

Los problemas algebraicos en la educación secundaria son diversos como los son: (a) el manejo de expresiones algebraicas, (b) funciones lineales y cuadráticas, (c) ecuaciones, (d) productos notables, (e) factorización, entre otros (Secretaría de Educación Pública, 2017c). Ello le implica al alumno la aplicación de sus aprendizajes previos sobre la aritmética; los números y sus operaciones, ya que para poder iniciar cualquier contenido algebraico es necesario que el alumno cuente con bases solidadas en la aritmética.

Ausubel (1983) planteó en su teoría del aprendizaje significativo que el aprendizaje del alumno depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información. Debe entenderse por "estructura cognitiva", al conjunto de conceptos, ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización. En ese sentido, ello es el punto de partida para una correcta interpretación y aprendizaje del algebra. Los contenidos en matemáticas, como antes se expresó, van vinculados en orden jerárquico.

Los conocimientos previos se interpretan en esta investigación como los conocimientos que el alumno debe poseer antes de iniciar un contenido algebraico, es decir; al iniciar el contenido de funciones algebraicas, los

conocimientos o aprendizajes previos serán: el uso correcto de operaciones aritméticas, la ley de los signos, potencias, métodos de resolución, entre otros. Esto es, cada contenido algebraico requiere un conjunto de conocimientos previos que son los que el alumno necesita antes de ingresar a un nuevo contenido, ya que no se deben iniciar sin bases sólidas, pues el aprendizaje se les dificultará y el alumno puede perder interés por la materia.

Mediación pedagógica y ambientes de aprendizaje

En todo el proceso educativo de la enseñanza de las matemáticas, un factor relevante en el éxito de los alumnos es la mediación que realiza el profesor, en donde influye la consideración de los conocimientos previos, el ambiente de aprendizaje que establece, la planeación, las estrategias didácticas y la evaluación para un adecuado aprendizaje de las matemáticas.

El mediador juega un papel muy importante en la enseñanza de las matemáticas, al ser el camino por el cual las matemáticas deben de pasar para llegar a los alumnos. Como lo señaló Tébar Belmonte (2009, p.20) “El mediador es, como su mismo nombre lo indica, un intermediario, un amplificador, un adaptador, un organizador y un diseñador de procesos formativos”. La transferencia del conocimiento del profesor mediador puede estar marcada desde esta visión por gusto propio del profesor hacia la asignatura.

Consideración de los conocimientos previos.

Realizar una intervención pedagógica al tomar en cuenta los conocimientos previos de los alumnos antes de iniciar un nuevo contenido matemático en el nivel educativo secundaria, es situar al alumno en los conocimientos mínimos que se necesitan para iniciar un nuevo contenido. Es por ello que el profesor de educación

secundaria debe ser un profesional de la educación consiente que el alumno de este nivel educativo tiene diferentes profesores y materias dentro de una jornada de estudio, que el alumno en cada cambio de clase no solo debe de cambiar de cuaderno si no también debe acceder a diferentes conocimientos.

Este proceso de enlazar conocimientos le pertenece al alumno de una manera constructiva y cognitiva, en donde considerar los conocimientos previos es indispensable, pues como lo señaló Pérez de Paz (2019) estos son “un principio de la pedagogía constructivista que, a partir de las teorías cognitivas, se plantea que el sujeto es capaz de desarrollar sus propios procesos de construcción del conocimiento” (p. 4).

De allí que, en las matemáticas al ser una cadena de conocimientos, el profesor debe enlazar los conocimientos previos con los nuevos por aprender. Es allí donde la mediación cobra relevancia, pues si el profesor logra que los alumnos realicen esas conexiones logrará un aprendizaje significativo el cual

ocurre cuando se evidencian cambios “discretos” en el conocimiento, es decir, se producen “saltos” en lo que el sujeto conocía y el conocimiento “nuevo” que adquiere cuando la información es almacenada en la memoria a largo plazo de manera sistemática, ordenada, estructurada, es decir, de forma organizada y esto se logra cuando esa información es significativa, o sea, cuando tiene algún valor para el sujeto, cuando es importante para él, bien sea porque es necesario, útil o relevante (Mota y Valles, 2015, p. 88).

Es por esto, que el profesor debe conocer cuáles son los conocimientos previos que sus alumnos poseen, para lo que existen varias técnicas para indagarlos, como las que señaló López (como se citó en Rojas Maldonado y

Toscano Galena, 2022): (a) cuestionarios abiertos, cerrados o de opción múltiple, (b) resolver situaciones-problema y (c) trabajar en pequeños grupos de discusión, entre otras. Esto en un proceso en el que se erige como agente activador de los conocimientos previos a los alumnos, quienes deberán fomentar, de acuerdo con su madurez, la conciencia de sus ideas y buscar justificar sus respuestas.

Desarrollo de ambientes de aprendizaje.

El profesor que imparte matemáticas debe de tener un amplio conocimiento de la materia y la pedagogía necesaria para motivar a los alumnos por el gusto hacia la asignatura. Debe de encontrar múltiples formas para impartir su clase y no realizar una clase que al final resulte muy monótona y tradicionalista, debe encontrar los métodos necesarios para poder enseñar con aplicación contextual. En el nivel de educación primaria se sientan las bases matemáticas para los niveles posteriores.

De ahí la importancia que tiene el papel del profesor, quien tiene que ser, en primer lugar, un gran conocedor de la materia, pero también tiene que poseer diferentes habilidades profesionales, puesto que no hay un enfoque educativo único que sirva para dar respuesta a las diferentes dificultades de aprendizaje que pueden presentar los alumnos (Castro, 2008, p.12).

El profesor de educación secundaria trabaja con adolescentes que su prioridad o interés en esa etapa de su vida no es las matemáticas, un gran reto que se establece para todo mediador en ese nivel educativo es el encontrar los medios para poder centrar la atención y motivar a los alumnos por una enseñanza matemática es tal vez el reto más importante al trabajar con adolescentes.

El mediador deberá generar un ambiente de aprendizaje adecuado, por lo

que requiere encontrar como puede relacionar el contexto inmediato que los alumnos conocen con las matemáticas que se imparten dentro de un salón de clases, que las matemáticas no solo sean áulicas, que no lo aprendan para un examen o para pasar la materia, que el conocimiento que adquieran en el aula pueda ser útil para la vida en sociedad. De allí que el profesor de educación secundaria debe ser un especialista en la materia, “El maestro debe ser un experto en técnicas y estrategias de aprendizaje para saber cómo intervenir de forma correcta en la solución de las deficiencias que vaya encontrando” (Tébar Belmonte, 2009, p.23). Que sienta ese gusto por enseñar y aprender a la vez más, que sea un ejemplo para sus alumnos y que encuentre dentro de todo su repertorio pedagógico la manera de poder dejar un aprendizaje significativo en los alumnos.

Planeación con base en los conocimientos previos.

Planear una sesión en el nivel educativo de secundaria implica tener en cuenta muchos factores como lo son: el tiempo, los recursos a utilizar, los aprendizajes esperados que se desean obtener, las estrategias, las actividades, las características del grupo, entre otras. Para ello resulta importante considerar que

La planeación es un instrumento, no un objetivo, ni un fin en sí mismo. Es un instrumento de trabajo que facilita la organización, la ejecución y el control de la tarea administrativa por lo que consecuentemente debe estar en función de los objetivos y recursos para una mejor realización (Carriazo Díaz, Pérez Reyes y Gaviria Bustamante, 2020, p.88).

Planear es una actividad consiente y reflexiva que realiza el profesor mediador antes de impartir su clase, siempre encaminado a cumplir con el objetivo

planeado. En la planeación surge la forma en la que el profesor debe trasladar el conocimiento hacia los alumnos y que este se convierta en un aprendizaje.

Estrategias didácticas en la mediación pedagógica.

Al iniciar un nuevo contenido matemático el profesor debe como primer punto plantearse, ¿Qué saben los alumnos con respecto al tema?, existen muchas estrategias o técnicas para dar respuesta a esa pregunta en clase. Esas estrategias le darán la mejor ruta de trabajo en cada una de sus actividades. La respuesta que dé a esa pregunta le proporcionará elementos para desarrollar la necesaria planeación de la clase.

En las múltiples funciones docentes, existe una primordial y es el planear las actividades que se van a trabajar con el grupo de acuerdo con las características que presentan los alumnos, estas actividades deben de reunir un grupo de cualidades como, por ejemplo; que logren despertar el interés, que sean dinámicas, que tengan enfoque, sean colaborativas, entre otras. Se planea en base a ciertas estrategias didácticas y de acuerdo con el momento de la enseñanza.

Una estrategia desde un punto de vista general se puede definir como los pasos que se deben de seguir para cumplir determinada meta, un concepto apegado a la educación sería: “La estrategia didáctica se define como los procedimientos que el docente utiliza de forma reflexiva y flexible para poder promover el logro de aprendizajes significativos en los alumnos” (Díaz Barriga y Hernández Rojas, 2004, p.141).

Dentro de las múltiples estrategias de enseñanza que existen, Díaz Barriga y Hernández Rojas (2004) planteó una clasificación:

- Estrategias para activar (o generar) conocimientos previos
- Estrategias para orientar y guiar a los aprendices sobre aspectos relevantes de los contenidos de aprendizaje
- Estrategias para mejorar la codificación (elaborativa) de la información a aprender
- Estrategias para organizar la información nueva por aprender
- Estrategias para promover el enlace entre los conocimientos previos y la nueva información que se ha de aprender

En la clasificación de las estrategias didácticas, Díaz Barriga y Hernández Rojas (2004) le dan importancia a los conocimientos previos con los que el alumno cuenta o debe contar. En las estrategias para activar y promover enlaces entre los conocimientos previos y la nueva información, lo que da aún más sustento a la problemática planteada en esta investigación. Cinco aspectos esenciales para considerar que tipo de estrategia es la indicada a utilizarse en ciertos momentos de la enseñanza.

- Características generales de los alumnos.
- Tipo de dominio del conocimiento.
- La intencionalidad.
- Vigilancia constante del proceso de enseñanza.
- Determinación del contexto intersubjetivo.

Para la problemática planteada en esta investigación, sobre la importancia de los conocimientos previos para la resolución de problemas algebraicos con productos notables en matemáticas de secundaria, en un primer momento se

escogió como estrategia el trabajo colaborativo, el cual deriva de colaborar, palabra que proviene del latín *colaborare* que significa trabajar con otra u otras personas en la realización de una tarea, en el ámbito educativo “El aprendizaje colaborativo es un sistema de interacciones cuidadosamente diseñado que organiza e induce la influencia recíproca entre los integrantes de un equipo para la construcción colectiva de significados comunes” (Galindo González, et al., 2012, p.158).

El aprendizaje colaborativo aplicado a la educación no es un término que se empezó a utilizar en los últimos 10 años, este término y estrategia didáctica está fundamentada por diversos investigadores. Dentro del enfoque constructivista de Piaget (como se citó en Maldonado Pérez, 2007) el aprendizaje consiste en la generación de estructuras cognoscitivas que se crean a través de la modificación de los reflejos iniciales del recién nacido y que se enriquecen a través de la interacción del individuo con el medio.

Vygotsky (1979) dentro de la teoría sociocultural, señaló cómo se desarrolla el aprendizaje colaborativo sobre lo que planteó que es

Un proceso interpersonal queda transformado en otro intrapersonal. En el desarrollo cultural del niño, toda función aparece dos veces: primero, a escala social, y más tarde, a escala individual; primero, entre personas (interpsicológica), y después, en el interior del propio niño (intrapsicológica). Esto puede aplicarse igualmente a la atención voluntaria, a la memoria lógica y a la formación de conceptos. Todas las funciones psicológicas superiores se originan como relaciones entre seres humanos (Vygotsky, 1979, p. 92).

Las ventajas y desventajas del trabajo colaborativo como estrategia didáctica en el aula que Alcocer Delgado, Castro Méndez, Fernández García, Fernández Rodríguez y Spínola Amilibia (2018) señalaron, son:

Ventajas

- Se incrementa la motivación, las interacciones, los alumnos colaboran y aprenden unos de otros, equilibrándose el ritmo de trabajo en un ambiente general de autosuperación.
- Los alumnos están motivados a dar lo mejor de sí para contribuir a los éxitos de los demás o, en su caso, del equipo.
- Fomenta el autoaprendizaje, ya que los alumnos seleccionan la información y crean sus propios contenidos.
- Ayuda a mejorar la empatía y el asertividad.
- Produce entornos educativos que favorecen el interés y la implicación.

Desventajas

- Tiene una desventaja importante respecto a otros sistemas que fomentan también el trabajo en grupo.
- Contra lo que se suele afirmar, la práctica demuestra que un solo profesor no puede atender con celeridad a los distintos grupos.
- Los grupos presentan desequilibrios internos que es complicado compensar. Se producen subgrupos y “efecto líder”.
- Es fácil que se produzca la sensación de pérdida de tiempo, que es muy desmotivante.

- Los grupos se encasillan en roles y en sistemas de trabajo, incluso cuando son ineficientes.

Si bien, las desventajas podrían afectar, es importante considerar que sus ventajas pueden ayudar a lograr interacciones colaborativas que pueden ser muy productivas para el aprendizaje. Ello se consideró en la NEM, ya que, en sus orientaciones y lineamientos hace referencia y da mucho énfasis en el aprendizaje colaborativo. El trabajo con adolescentes dentro de la materia de matemáticas requiere nuevas estrategias de enseñanza – aprendizaje, se tiene que dejar a un lado la enseñanza unidireccional, en donde el profesor solo daba su clase y el alumno ponía atención y trabajaba. De allí la pertinencia de realizar actividades con trabajo colaborativo, pues favorece el aprendizaje de las matemáticas ya que propicia que los alumnos compartan experiencias y aprendizajes, y la comunicación y lenguaje utilizado por los alumnos al momento de compartir aprendizajes matemáticos les puede resultar comprensible entre pares.

La evaluación en la mediación pedagógica.

Una de las tareas inherentes a la mediación pedagógica es la de evaluar los aprendizajes, lo cual no resulta una tarea fácil. Evaluar no debe ser sinónimo de examen, sino un proceso continuo en donde se identifican las fortalezas y áreas de oportunidad presentes en los aprendizajes (MEJOREDU, 2022).

La evaluación en el Sistema Educativo Mexicano se refleja en los informes en una cuantificación mediante un número, que supone debe reflejar la realidad o el logro alcanzado por los alumnos durante cierto tiempo. Esta concepción de número para reflejar la realidad de los aprendizajes adquiridos por los alumnos se

encuentra fuera de la realidad, la Nueva Escuela Mexicana (NEM) dentro de sus planes y programas 2022, refiere que la evaluación mediante un número

no refleja el proceso complejo que sucede en las y los estudiantes, ni describe el proceso que lleva a desarrollar su pensamiento lógico matemático, procesos relacionados con la capacidad de abstracción, síntesis, análisis, deducciones, inferencias, el desarrollo de lenguajes incluyendo el digital, braille y el de señas, la psicomotricidad fina, ni cómo se relaciona esto con las motivaciones, obstáculos y condiciones del contexto en el que se aprende (Secretaría de Educación Pública, 2022a, p. 80).

Así, se plantea la evaluación como proceso continuo o evaluación formativa, destinada no solo a la obtención de un número, sino que debe de tener como base la relación pedagógica entre el profesor y los alumnos para que juntos identifiquen las fortalezas y áreas de oportunidad presentes en los aprendizajes, y así, trazar la mejor ruta para el mejoramiento educativo. En ese sentido, se evalúa de acuerdo con el marco de referencia de los aprendizajes esperados, lo que en la NEM son los procesos de desarrollo de aprendizaje (PDA), estos procesos se establecen en cada contenido a tratar dentro de la asignatura de matemáticas en el nivel educativo secundaria (Secretaría de Educación Pública, 2022b).

Así, en los PDA del contenido de productos notables en la introducción al álgebra, que fueron estudiados en el presente proyecto, se establece como contenido, cómo se representan algebraicamente áreas que generan una expresión cuadrática (Secretaría de Educación Pública, 2022b). De allí que, la

evaluación numérica debe reflejar los alcances obtenidos en estos procesos de desarrollo de aprendizaje.

Bajo esa concepción, evaluar los logros de los aprendizajes de los alumnos no debe ser rígida y debe estar bajo la supervisión o el mejor criterio del profesor, porque es él el que día a día trabaja con los alumnos y puede conocer las fortalezas y áreas de oportunidad de sus alumnos. Para ello, cuenta con diferentes instrumentos y técnicas como son las rúbricas, las listas de cotejo, y la observación, entre otras (Hamodi, López Pastos y López Pastor, 2015), como los exámenes de conocimiento, pero algo muy importante, es que el profesor se encuentra presente en la realidad de los alumnos en el aula, en el contacto diario, lo que le permite apoyarse en la observación cotidiana y atender las necesidades de ellos cuando se les presenten.

En la relación que se establece con los alumnos el profesor debe de brindar esa confianza y dejar marcado que un número no representa el que tanto saben y que tan buenos son en cada área. El número que se plasma en el informe de calificaciones es solo representativo al trabajo desarrollado en cada etapa de la educación, pero lo relevante son las cualidades reflejadas del aprendizaje de los alumnos en los instrumentos señalados.

Capítulo 3. Metodología

En este capítulo se aborda el enfoque con el que se desarrolló la investigación, las estrategias de indagación utilizadas, los sujetos que participaron, las técnicas e instrumentos de investigación, la estrategia de intervención, el procedimiento metodológico y el de análisis de los datos, así como las cuestiones éticas de la investigación.

Enfoque

Esta investigación fue desarrollada por medio de la metodología cualitativa por diversas razones: la naturaleza de las preguntas de investigación planteadas, el tema necesitó ser explorado porque cuenta con variables no identificadas, el problema de estudio presentaba una necesidad de tener una visión más detallada, estudiar los individuos en un ambiente natural, se pudo escribir en un estilo literario, se contaba con el tiempo y los recursos necesarios y por último, pero no menos importante, el profesor investigador aprendió durante el proceso (Creswell, 2009).

La investigación cualitativa es tratada desde el entorno natural en donde el investigador es un instrumento de recolección de datos, recoge las palabras o imágenes, las analiza y se centra en los participantes. Existen diversas definiciones para tratar de describir de la manera más precisa lo que es una investigación cualitativa, retomamos la descrita por, Denzin y Lincoln (1994) quienes la definieron como:

un enfoque multi-metodológico, que implica un enfoque interpretativo y naturalista a su objeto de estudio. Esto significa que los investigadores cualitativos estudian las cosas en sus ambientes naturales, intentando

darles sentido e interpretando los fenómenos en función de los significados que las personas les otorgan. La investigación cualitativa involucra el estudiado uso y recopilación de una variedad de materiales empíricos (estudio de caso, experiencia personal, introspectiva, historia de vida, textos observacionales, históricos, interactivos y visuales), los cuales describen momentos y sentidos rutinarios y problemáticos en la vida de los individuos (p. 2).

Otra definición fue la de Creswell (2009) quien la conceptuó como “un medio para explorar y comprender el significado que los individuos o grupos atribuyen a un problema social o humano” (p.4). Esta metodología brindó en este proyecto las herramientas necesarias para poder responder las preguntas que se plantearon sobre el problema de estudio.

Estrategia de indagación

Se trabajó en el estudio de casos cualitativo porque permite examinar un caso específico. El caso es colectivo, situado y enfocado en un asunto intrínseco (Stake, 1994, como se citó en Cárcel Carrasco, 2004, p. 211):

Permite analizar el fenómeno objeto de estudio en su contexto real, utilizando múltiples fuentes de evidencia, cuantitativas y/o cualitativas simultáneamente. Por otra parte, ello conlleva el empleo de abundante información subjetiva, la imposibilidad de aplicar la inferencia estadística y una elevada influencia del juicio subjetivo del investigador en la selección e interpretación de la información.

Por ello, se consideró adecuado utilizar esta estrategia de indagación, ya que cumple con los requisitos para poder ser aplicable a la problemática de estudio

dentro del ambiente educativo, al posibilitar el desarrollo de un análisis profundo de un solo caso de los datos de múltiples fuentes de recolección y, además, porque cuenta con una estructura de principio a fin, desde el planteamiento del problema hasta la publicación de resultados

Sujetos participantes

Los sujetos que participaron en esta investigación fueron 28 alumnos de tercer grado de educación secundaria y su profesor de matemáticas. El grupo asistía a clases en el turno vespertino conformado por los 28 alumnos; 13 mujeres y 15 hombres de edades entre los 14 y 15 años. Al inicio del ciclo escolar se les aplicó un examen de diagnóstico para conocer las fortalezas y áreas de oportunidad que presentaba cada alumno. Se identificó que, en la materia de matemáticas, los resultados fueron los siguientes: el 67.5 % aprobó y el 32.5 % no alcanzó resultado satisfactorio.

El profesor egresó de una escuela normal con licenciatura en educación secundaria con la especialidad en matemáticas y contaba con 14 años de servicio frente a grupo, período en el que impartió clases en diferentes niveles educativos en diversas escuelas, secundaria, preparatoria y universidad. 12 de esos años los desempeñó frente a grupo en la escuela en donde se realizó la investigación, en los tres grados escolares. La experiencia del profesor lo llevó a reconocer a la educación y la función docente como una tarea que requiere una gran preparación para afrontar los retos que se presentan.

Técnicas e instrumentos de investigación

Para recoger datos en un proceso de investigación existen diferentes técnicas, todas ellas buscan recoger de modo intencionado y sistemático datos

sobre la realidad natural y compleja que se desea estudiar. De allí que las técnicas se deben de adaptar a los objetivos de la investigación, el grado de implicación y la finalidad del registro. Como lo señalaron Rodríguez Gómez, Gil Flores y García Jiménez (1999), las técnicas e instrumentos adecuados para la recogida de datos en la investigación permiten:

recoger datos desde el sistema perceptual e interpretativo del investigador, solicitar información desde la perspectiva de los participantes, contrastar la perspectiva que sobre un problema tiene el investigador a partir de las opiniones y juicios de los participantes en el estudio o utilizar al propio investigador o a las participantes como fuentes de información sobre sí mismos en el desempeño de determinadas tareas en un contexto determinado (p. 144).

En esta investigación se utilizaron diferentes técnicas para la recogida de datos. Las técnicas que se utilizaron fueron: (a) la observación, (b) la encuesta y (c) prueba de conocimientos.

La observación.

De acuerdo con Rodríguez Gómez et al. (1999) la observación “permite obtener información sobre un fenómeno o acontecimiento tal y como éste se produce” (p. 149). Según Creswell (2009) la observación es una técnica de recogida de datos que implica la intervención directa del observador, en ella “el investigador toma notas de campo en relación con el comportamiento y actividades de los individuos en el lugar de la investigación” (p. 204). Por ello, se consideró una técnica útil en esta investigación, ya que el profesor investigador estuvo inmerso en el campo.

Los instrumentos que se utilizaron en este proyecto de investigación con base en la técnica de observación fueron: (a) registro de observación participante, (b) rúbrica y (c) diario de campo.

Registro de observación participante.

Una de las formas en que se emplea la observación, es la participante sobre la que Taylor y Bogdan (1994) señalaron que es “la investigación que involucra la interacción social entre el investigador y los informantes entre el *milleu* [medio] de los últimos, y durante la cual se recogen datos de modo sistemático y no intrusivo” (p. 31).

De esta técnica se empleó el registro de observación videograbado para recabar información sobre la problemática de estudio enfocándose en las dificultades que presentaban los alumnos al trabajar el contenido algebraico de productos notables y la resolución de problemas que les demandaban aplicar los conocimientos previos mínimos necesarios para la adquisición de nuevos conocimientos.

Rúbrica socioformativa analítica.

Se eligió este instrumento porque, a través de la observación de las conductas y productos de los alumnos, permite valorar las fortalezas y áreas de oportunidad que presentan durante el proceso de aprendizaje; posibilita analizar el progreso de los alumnos y los procesos de desarrollo de aprendizaje que se quieren alcanzar.

Gatica Lara y Uribarren Berrueta (2013) refirieron la utilidad de usar una rúbrica pues: (a) son tablas que desglosan los niveles de desempeño de los alumnos en un aspecto determinado, con criterios específicos sobre rendimiento,

(b) indican el logro de los objetivos curriculares y las expectativas de los profesores y (c) permiten que los alumnos identifiquen con claridad la relevancia de los contenidos y los objetivos de los trabajos académicos establecidos.

Se aplicó a los alumnos durante las secuencias didácticas planeadas en la estrategia de intervención, después de fijar ciertas actividades o ejercicios matemáticos que serán evaluados mediante una rúbrica. Esto, porque se consideró que la información que se obtendría sería útil para medir el logro o dificultades que presentaran los alumnos al momento de fortalecer o movilizar saberes, utilizar los saberes previos para adquirir nuevos conocimientos y aplicar esos nuevos conocimientos.

Diario de campo.

Se eligió este instrumento para recabar datos en la investigación en curso, porque permite contar de manera precisa con el registro de los acontecimientos narrados por el investigador, sus experiencias, sus inquietudes, aciertos y áreas de oportunidad. El diario de campo es la memoria escrita de lo sucedido en la práctica.

El diario de campo en el ámbito profesional lo definió Fernández Pérez (2001) como el “conjunto de procesos sociales de preparación y conformación del sujeto, referido a fines precisos para un posterior desempeño en el ámbito laboral” (p. 28). En el ámbito educativo el diario de campo es un instrumento que detalla el profesor con lo vivido dentro y fuera del aula. Este se denomina diario pedagógico ya que “está referido a un instrumento para el registro detallado de las experiencias que, pueden ser objeto de construcciones teóricas de una práctica pedagógica” (Sanabria, 2006, p.1).

El diario se llevó en todo el trascurso de la fase de intervención en las tres secuencias didácticas de la estrategia, en él se detallaron los hechos sucedidos en clase y fuera de ella; se anotaron aquellos hechos que se consideraron relevantes para la investigación.

La encuesta.

La encuesta es una técnica que se utiliza para conocer, lo que equivale a clasificar y ordenar. La encuesta no solo son un medio para recolección de hechos, es un medio de producción de opiniones (Ther Rios, 2004).

Es una técnica que permite recabar información de frente a los informantes, en donde el profesor investigador da cuenta no solo de sus respuestas si no de las actitudes de los encuestados. Se empleó como medio porque posibilita un enlace entre el profesor y los informantes. El instrumento que se utilizó de esta técnica fue la entrevista.

La entrevista es “una interacción planificada que obedece a un objetivo, donde el entrevistado da su opinión de un asunto y el entrevistador recoge e interpreta la información” (Campoy Arandas y Gomes Araújo, 2015, p.288-292). Taylor y Bogdan (1987) señalaron que la entrevista es un conjunto de encuentros cara a cara entre el entrevistador y sus informantes, enfocados hacia la comprensión de la opinión que los entrevistados tienen sobre el tema tratado. La entrevista con preguntas abiertas presentadas en un grupo da la libertad de que el investigador controle la dirección de estas.

En este proyecto fue utilizada para obtener información adicional sobre las dificultades que presentaban los alumnos, sus inquietudes y sus objetivos en el área de matemáticas, entre otras.

Prueba de conocimientos.

La técnica de la prueba de conocimientos sirve para recoger datos en un proceso de investigación cualitativa que permite al investigador obtener información escrita directamente de los participantes. Esta técnica de investigación pertenece a métodos indirectos de recolección de datos como lo propuso Pardo (como se citó en Villamil Fonseca, 2003) puede ser aplicada en presencia o no del investigador, en diferentes espacios y tiempos. El instrumento que se utilizó bajo esta técnica fue el examen de conocimientos.

El examen de conocimientos, como evidencia escrita, es un instrumento de la técnica de documentos privados que permiten al investigador obtener datos en un tiempo conveniente y de una manera no obstructiva que lo puede apoyar en corto tiempo (Creswell, 2009). Ello le facilita la tarea de recuperación de información.

En matemáticas es un recurso que consiste en una serie de reactivos que permiten identificar los avances educativos y las áreas de oportunidad que presentan los alumnos en esta disciplina. Se emplean para diversos objetivos, como, por ejemplo: (a) para realizar un diagnóstico del alumno al inicio del ciclo escolar, (b) para observar el avance durante el ciclo y (c) para conocer el grado de aprendizajes que obtuvo el alumno al final del ciclo escolar. Se empleó para tener evidencia de los aprendizajes de los alumnos, ya que,

La matemática, como ciencia abstracta, procedimental, lógica y compleja requiere una enseñanza perfectamente sistematizada, ordenada, objetiva, relacional y, a su vez, útil. Por tanto, su evaluación debe responder a estos mismos principios. De esta manera, el instrumento que puede ser capaz de

recoger, evidenciar, validar y arrojar información fiel y útil para estimar objetiva y meritoriamente un nivel de avance académico en matemáticas es el instrumento examinador (Mejía Pérez, 2014, p 41).

Se buscó con este instrumento obtener información sobre los conocimientos previos con lo que contaba el alumno, sus áreas de oportunidad y fortalezas. Se aplicaron en los momentos de: (a) inicio, (b) desarrollo y (c) cierre del proceso de enseñanza-aprendizaje, con el propósito de registrar de una manera precisa con cuales conocimientos contaba el alumno y cuales aún no alcanzaba, como establecía los vínculos entre los conocimientos previos y los nuevos conocimientos.

Estrategia de intervención

En la NEM (Secretaría de Educación Pública, 2019) se reconoce que la labor docente se fundamenta en diversos principios orientadores como los son: (a) las niñas, niños, adolescentes y jóvenes son sujetos activos en el desarrollo de potencialidades, (b) el interés, la actividad, la detección de necesidades y las potencialidades de los alumnos son ejes reguladores de la actividad dentro del salón, (c) los alumnos son considerados en igualdad de capacidades y disposiciones para aprender, (d) atención a la diversidad cultural, lingüística, de género, de aprendizaje, de grupos sociales, (e) promoción del trabajo colaborativo, (f) organización y uso de información, estrategias, recursos y materiales para enriquecer las actividades escolares, (g) coherencia entre valores y propuestas, objetivos y estrategias, el discurso y la práctica, de la función docente y directiva.

Estos principios orientadores se consideraron al momento en que el profesor desarrolla el diagnóstico de grupo, organiza los contenidos, selecciona

las estrategias y la forma de evaluación.

En el desarrollo de estrategias en la NEM se hace énfasis en fomentar el aprendizaje colaborativo como construcción colectiva de conocimientos. Así, bajo esta fundamentación de los principios y orientaciones pedagógicas de la NEM, en este proyecto de investigación se planteó una estrategia basada en el trabajo colaborativo. Estrategia sobre la que Tobón (2010) planteó que “hace referencia a un conjunto de acciones que se proyectan y se ponen en marcha de forma ordenada para alcanzar un determinado propósito” (p. 216).

El trabajo colaborativo visualizado en esta investigación, en la enseñanza – aprendizaje de las matemáticas en educación secundaria, se centra en: (a) la participación activa de los alumnos en clase, (b) el compartir y adquirir conocimientos de sus pares, (c) intercambiar opiniones, (d) construir juntos nuevos significados y (e) movilizar saberes previos.

La estrategia basada en el aprendizaje colaborativo se tituló: Juntos aprendemos matemáticas: MATEjuntos. Ésta incluye tres actividades: (a) “Una lluvia de MATEconocimientos”, (b) “En sus marcas, listos, fuera”, y (c) “¿Y dónde está mi MATEamigo?”

Procedimiento metodológico

El desarrollo de esta investigación se llevó a cabo en dos fases: (a) la fase diagnóstica y (b) la fase de intervención.

Fase diagnóstica.

Esta fase estuvo orientada hacia la detección e identificación de un área de oportunidad presente en la práctica docente, en la enseñanza – aprendizaje de la asignatura de matemáticas del nivel educativo secundaria. Ese análisis permitió

identificar el área de oportunidad a atender a partir de definir y delimitar un problema de estudio.

Para ello, se tomaron en cuenta ciertos factores que necesitaban estar presentes a la hora de escoger un problema de investigación, como lo son: (a) precisión, (b) extensión, (c) originalidad, (d) relevancia, (e) factibilidad, (f) tiempo, (g) utilidad, (h) fuentes de información y (i) la capacidad para ser desarrollado (Tamayo y Tamayo, 2001).

Para encontrar el área de oportunidad se inició con la aplicación de un examen de diagnóstico (ver Apéndice A), con la finalidad de poder evidenciar de manera escrita las debilidades y las fortalezas que presentaban los alumnos en las diferentes ramas de las matemáticas. De manera complementaria al examen de diagnóstico se aplicó el cuestionario VAK para poder identificar los canales de aprendizaje predominantes en los alumnos (ver Apéndice B).

También se realizó un registro de observación videograbada de una sesión de clase de matemáticas de 50 minutos, con la finalidad de: (a) realizar una guía y registro de observación, para poder reconocer los diálogos y las inquietudes de los sujetos participantes en una clase cuando aprendían álgebra (ver Apéndice C) y (b) realizar una evaluación de la práctica docente a través de los estándares del desempeño docente en el aula (ver Apéndice D), para analizar la intervención docente. Además, se realizó una entrevista a los alumnos (ver Apéndice E) con la finalidad de identificar las inquietudes, dudas y expectativas en el desarrollo de la enseñanza-aprendizaje de los contenidos de matemáticas, que ayudaran a identificar las áreas de oportunidad.

Todo el proceso de la fase diagnóstica logró dar como resultado la

identificación de la problemática planteada en esta investigación: la falta de conocimientos previos en la resolución de problemas algebraicos con productos notables.

Una vez identificada la problemática se analizaron diversos estudios referentes al problema y se plantearon los constructos para su análisis: (a) las matemáticas en educación secundaria, (b) los aprendizajes previos en la resolución de problemas algebraicos y (c) la mediación pedagógica y ambientes de aprendizaje, estos estudios analizados y constructos establecidos permitieron tener una visión más amplia y así poder profundizar más sobre el problema de estudio.

Después de recabar la información necesaria por medio de los diferentes instrumentos en esta fase y definir los constructos necesarios para la interpretación del problema de estudio, se procedió a el análisis de la información. Al analizar la información se establecieron categorías y subcategorías para el análisis de los datos.

En cuanto al manejo de datos que fueron considerados en este análisis Rodríguez Sabiote (2003) enunció una serie de fases, “registro de la realidad, su plasmación material en algún tipo de expresión y su transformación mediante un proceso de elaboración conceptual” (p. 5). Al analizar los datos se estableció una conclusión con la que se fundamentó el plan de acción para la intervención (ver Apéndice F).

Fase de intervención.

En el grupo de estudio de educación secundaria se identificó que las matemáticas representaban un gran reto para su aprendizaje, ya que no solo se

pudo observar y evidenciar un área de oportunidad, sino que existía un sin número de posibles retos que el profesor enfrentaba a la hora de realizar la práctica educativa, como: (a) el paso del lenguaje común al lenguaje algebraico, (b) el manejo de las expresiones algebraicas, (c) el uso correcto de las fórmulas geométricas, (d) la interpretación de gráficas, (e) la aplicación de las matemáticas en su vida diaria, (f) lectura comprensión, entre otras.

Estos retos se pueden enfrentar mediante diferentes estrategias, no solo con una estrategia que permita abordar la diversidad de los problemas presentes en el proceso educativo. Estas estrategias no deben ser forzadas en la aplicación, es decir; no deben ser impuestas por el profesor, el profesor con base a ciertos aspectos deberá encontrar la estrategia adecuada que más se adapte al grupo (Pamplona Raigosa, Cuesta Saldarriaga y Cano Balderrama, 2019).

Una estrategia didáctica planteada en la NEM está enfocada la enseñanza colaborativa, desde los campos formativos y el trabajar bajo proyectos (Secretaría de Educación Pública, 2019). Esta visión da amplio margen al trabajo colaborativo y deja una gran ventana a la estrategia didáctica que en la intervención se desarrolló, y en el cual se incluyó la transversalidad y el trabajo por proyectos, también planteados en la NEM. Por ello, en esta investigación en su fase de intervención se consideró como eje principal el trabajo colaborativo.

El trabajo colaborativo como estrategia didáctica, como lo señaló Aldana Yarlequé (2012, p.26) “contribuirá al desarrollo cognitivo de los estudiantes y a su formación, lo que potenciará capacidades y destrezas básicas como la observación, representación, interpretación de datos, análisis, síntesis, valoración, aplicación, actuación razonable entre otras”.

Conforme a lo anteriormente descrito se desarrolló el plan de acción de la intervención con el diseño y aplicación de una estrategia didáctica con tres secuencias didácticas, fundamentada en el aprendizaje colaborativo.

Las actividades bajo la estrategia del aprendizaje colaborativo fueron:

1. Una lluvia de MATEconocimientos. El propósito de esta secuencia didáctica fue activar los conocimientos previos del tema de productos notables y fortalecer esos saberes mediante diversas actividades. Se buscó realizar una clase de matemáticas más dinámica, en donde todos los alumnos participaran y utilizaran la tecnología como herramienta que los motive hacia un aprendizaje, y así lograr evidenciar las fortalezas o debilidades de los conocimientos previos de los productos notables.

En esta secuencia se realizó un registro de observación videograbado (ver Apéndice G) con la finalidad de obtener datos de un modo sistemático de la interacción del profesor investigador y los sujetos participantes, para evidenciar las fortalezas y áreas de oportunidad de los alumnos en los conocimientos previos de los productos notables. Se realizó una entrevista a los alumnos al término de la sesión (ver Apéndice E) para obtener información desde la perspectiva de los participantes, con la finalidad de conocer las fortalezas y áreas de oportunidad presentes en la sesión.

En esta sesión se evaluó el proceso de desarrollo de aprendizaje alcanzado por los alumnos y las áreas de oportunidad por medio de una rúbrica socioformativa analítica (ver Apéndice H). Así mismo, se realizó un diario de campo (ver Apéndice I) en donde se registraron las experiencias, inquietudes, aciertos y áreas de oportunidad de la clase.

2. En sus marcas, listos, fuera. El propósito de esta secuencia didáctica fue el iniciar con el estudio y aplicación de los primeros productos notables (binomios conjugados y binomios al cuadrado) mediante el descubrimiento de las reglas por medio de la práctica, que el alumno visualice y aprenda su aplicación en problemas geométricos. Esta actividad consistió en retomar lo antes aprendido para poder iniciar el contenido, para trabajar de manera colaborativa en un ambiente áulico de confianza y respeto. En el trabajo colaborativo los alumnos descubrieron las reglas de los primeros productos notables, identificaron fortalezas y áreas de oportunidad.

En esta secuencia se realizó un registro de observación videograbado (ver Apéndice G) con la finalidad de obtener datos sobre los enlaces que realizaban entre los conocimientos previos y los primeros productos notables en el trabajo colaborativo. También, se realizó una entrevista a los alumnos al término de la sesión (ver Apéndice E) con la finalidad de obtener información sobre el uso que hicieron de los conocimientos básicos al momento de adquirir un nuevo conocimiento durante la sesión.

Se utilizó una rúbrica socioformativa analítica (ver Apéndice H) para evaluar los avances en los procesos de desarrollo de aprendizaje alcanzados durante la clase. También se recabó información en el diario de campo (ver Apéndice I) en donde se registraron las experiencias, inquietudes, aciertos y áreas de oportunidad de la clase.

3. ¿Y dónde está mi MATEamigo? El propósito de la secuencia didáctica fue que los alumnos lograran identificar, analizar y deducir la regla de los binomios con termino común que los convierte en producto notable y la aplicaran

en la resolución de problemas geométricos en su vida diaria. Esta actividad se basó en el uso o aplicación del conocimiento aprendido y rompe la tradicional rutina del trabajo matemático, para buscar una motivación extra al levantarse de su banco y brindarles el espacio áulico como medio de aprendizaje y colaboración.

En esta secuencia se anotó información en el registro de observación videograbado (ver Apéndice G) con la finalidad de evidenciar la aplicación de los productos notables mediante diversas formas geométricas. Para evaluar los logros en el desarrollo de los procesos de aprendizaje de los alumnos se elaboró una rúbrica socioformativa analítica (ver Apéndice H). También se registraron en el diario de campo (ver Apéndice I) aquellos sucesos de relevancia que no fueron captados en el registro de observación.

Estas actividades fueron diseñadas por medio de una secuencia, desde la recuperación de los conocimientos previos, el movilizar saberes desde un primer acercamiento, después la utilización de esos conocimientos para la adquisición de uno nuevo conocimiento, los productos notables y en la última actividad la aplicación en su vida diaria de ese conocimiento. Con ello lograr evidenciar las fortalezas o áreas de oportunidad de los alumnos al iniciar un nuevo contenido matemático con base en los conocimientos previos y movilizar saberes.

Procedimiento de análisis de los datos

Los datos que se obtuvieron mediante las diversas técnicas e instrumentos de investigación fueron analizados por medio de los seis pasos propuestos por Creswell (2009): (a) Se organizaron y prepararon los datos para el análisis, (b) Se dio lectura a todo el material, (c) Se realizó un análisis detallado del proceso de codificación, (d) Se usó el proceso de codificación para generar una descripción

del lugar o las personas, así como las categorías o temas para el análisis, (e) La descripción y las categorías fueron representadas en la narración cualitativa y (f) Se realizó una interpretación dándole significado a los datos.

Para el análisis de los datos se utilizó el software *Qualrus* como una herramienta de análisis de datos cualitativos que ayuda a gestionar datos no estructurados. Este software permitió categorizar y extraer segmentos parciales de una gran cantidad de datos, derivados de las diferentes técnicas e instrumentos en la estrategia de intervención, para que el proceso se realizará en menor tiempo, más efectivo y preciso.

Cuestiones éticas de la investigación

En esta investigación se tomaron en cuenta dos aspectos fundamentales para guardar la privacidad e identidad de los alumnos que participaron en el proyecto de investigación, la confidencialidad y el anonimato. Como lo señaló Creswell (2009, p. 102) “el código ético de confidencialidad de investigadores...es para proteger la privacidad de los participantes”. El profesor investigador se aseguró que los datos de: nombre de la escuela, dirección y nombre de los alumnos se mantuviera en anonimato para respetar la confidencialidad de los datos y resultados obtenidos.

De esta manera el profesor investigador se hizo responsable de guardar la confidencialidad de los datos obtenidos, porque el investigador es el “responsable de la confidencialidad de los datos que recoja” (Walker, 2002, p.44). Bajo una codificación se guardó el nombre de los que participaron en la investigación, para su interpretación y análisis de resultados.

Los códigos que se emplearon para identificar los instrumentos y sujetos

participantes fueron: O para el registro de observación, R para la rúbrica, D para el diario de campo, Eg para entrevista grupal y Ex para el examen de conocimientos. Para identificar cada instrumento se le agregó un número consecutivo después de la letra. Para los participantes se utilizó: P para el profesor, A para alumno, y As para alumnos. Se utilizó un número consecutivo para identificar a cada participante.

Capítulo 4. Resultados

En este capítulo se presentan los resultados del análisis de la información recabada en la aplicación de la estrategia de intervención basada en el aprendizaje colaborativo. En el análisis se encontraron las categorías: (a) recuperación de los conocimientos previos, (b) resolución de multiplicación de binomios con el uso de productos notables y (c) Mediación pedagógica en el manejo de los productos notables.

Recuperación de los conocimientos previos

Esta categoría se conceptualizó como la recuperación de aquellos conocimientos mínimos que el alumno debe poseer antes de iniciar un nuevo contenido matemático. Como lo señaló Carrillo Siles (2009), los aprendizajes matemáticos se entrelazan entre sí al formar una cadena de conocimiento, en la que cada conocimiento nuevo constituye y requiere de los anteriores para comprenderlos. Para los productos notables, que es el contenido que se trabajó en la intervención pedagógica que aquí se analiza, los conocimientos previos son las operaciones básicas de aritmética y álgebra, así como las potencias; forma abreviada de escribir una multiplicación de varios números iguales.

Esta categoría se centró en conocer lo que sabían los alumnos sobre esos contenidos, antes de abordar el de productos notables, para recuperarlos y ampliarlos, ya les ayudarían a comprender mejor ese nuevo contenido. Se identificaron dos subcategorías: (a) la percepción de los alumnos ante la recuperación de conocimientos y (b) la memoria y los conocimientos previos.

Percepción de los alumnos ante la recuperación de conocimientos.

Esta percepción se define como la manera en que el alumno interpreta la

información que se recibe del exterior y cómo le otorga cierto significado. Para ello se consideró que el alumno es capaz de emitir un juicio crítico sobre la importancia o utilidad de recuperar y reforzar los conocimientos básicos con base a su percepción. Como Vargas Melgarejo (1994) señaló, la percepción

es el proceso cognitivo de la conciencia que consiste en el reconocimiento, interpretación y significación para la elaboración de juicios en torno a las sensaciones obtenidas del ambiente físico y social, en el que intervienen otros procesos psíquicos entre los que se encuentran el aprendizaje, la memoria y la simbolización (p.48).

En el análisis de los datos se observó que la percepción de los alumnos fue positiva a la recuperación de los conocimientos previos, ya que denotaron la relevancia de contar con bases sólidas, mostraron seguridad en las participaciones y estuvieron motivados para aprender un nuevo contenido en matemáticas, entre otros factores. Como se evidencia en el siguiente fragmento:

P: ¿Cómo consideras que influye el repasar lo básico del tema para comprenderlo mejor? ¿Por qué?

A8: Ayuda, porque es como un reforzamiento para tus aprendizajes.

A9: Te ayuda, porque lo que se te haya olvidado lo vuelves a recordar, son tantas materias en secundaria que algunas cosas se olvidan.

A18: Ayuda, porque hay veces que la mayoría de las cosas que te explican no se te quedan grabadas o entendidas por mucho tiempo y es mejor volver a repasar cada cierto tiempo.

A26: Influye para bien, porque recordamos cosas básicas antes de empezar otro tema.

A6: Me ayudó para aprender lo básico y así poder entender un nuevo tema.

A28: Me pareció bien, porque nos ayudó a iniciar con bases un nuevo contenido.

A5: Está bien, porque se nos va a facilitar más el tema, porque ya sabemos lo básico.

P: ¿Cómo te ayudó conocer o reforzar antes la ley de los signos en la multiplicación, suma y resta para realizar las multiplicaciones de binomios?

A28: Me ayudó a recordar el tema y fueron las bases para la multiplicación de binomios.

A10: Si me ayudó, porque la ley de los signos estuvo presente en las multiplicaciones de binomios.

A15: A mí me ayudó, porque repase la ley de los signos antes del contenido, y ahí estaban presentes.

A16: Si me ayudó mucho, porque me confundía en la ley de los signos y ya la entendí.

A19: No me sabía la ley de los signos, aún tenía dudas, pero en el repaso logré entenderle y pude realizar las operaciones de binomios.

A20: Me ayudó, porque fue más fácil realizar las multiplicaciones (Eg).

Los alumnos realizaron diversas condiciones en que les ayudó a recuperar para iniciar un nuevo contenido matemático. Ello les dio seguridad para enfrentarse a nuevos retos, al contar con las herramientas cognitivas necesarias para establecer las conexiones entre los contenidos matemáticos.

Memoria y conocimientos previos.

La memoria se conceptualiza como una función del cerebro que permite

codificar, almacenar y recuperar información. El movilizar conocimientos previos es acceder a esta memoria y recuperar información.

Como lo señaló Ausubel (1983) en la teoría del aprendizaje significativo, que este depende de la estructura cognitiva previa del alumno que se relaciona con la nueva información. Estructura Cognitiva, que definió como el conjunto de conceptos e ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización.

En el análisis de los datos se identificó como la memoria jugó un papel importante en la movilización de saberes previos, ya que los alumnos se apoyaron en ella para acceder a rescatar conocimientos previos y comprender los nuevos. Por ello, antes de iniciar con el abordaje de nuevos contenidos, el profesor frente a grupo desarrolló estrategias para recuperar la información de la memoria, que a los alumnos les ayudó a recordar y retroalimentar lo que sabían, es decir, sus conocimientos previos. Esto se pone en evidencia en el siguiente fragmento:

P: Vamos a repasar la ley de los signos en la multiplicación, levantando su mano para participar. ¿Cuál es el resultado de multiplicar + por +?

A5: +.

P: Correcto, ¿Cuál es el resultado de – por -?

A25: +.

P: Correcto, si multiplico un número positivo por uno negativo, ¿cuál será su resultado?

A28: negativo.

P: Así es, y por último si multiplicamos un número negativo por uno positivo, ¿Cuál será su resultado?

A14: negativo.

P: Pongan atención al siguiente problema, ¿Cuánto es $(-4)(5) = ?$ [lo anotó en el pizarrón].

A21: - 20.

P: Pero que sucede si le agregamos una parte literal, por ejemplo: $(-5x)(-2x) =$. Analicen el problema y no digan la respuesta en voz alta. Levante la mano, quien tenga la respuesta [la mayoría del grupo la levanta], ¿Cuál es la respuesta? [señala a un alumno que levantaba su mano].

A28: $10x$ al cuadrado, positivo.

P: Levante la mano quien había pensado esa respuesta [la mayoría de los alumnos la levantan, pero se dirige a un alumno que no la levanta], usted en donde encontró la duda.

A27: En los signos.

P: Observe la ley de los signos en la multiplicación, recuerde que cuando un número no lleva signo se entiende que es positivo.

A27: Eso no entendía, de donde decían que era positivo, pero ya entendí (O1).

En esta estrategia se observó cómo el profesor propició que los alumnos emplearan su memoria y recuperaran la información, lo que movilizó sus saberes, y reconocieron sus conocimientos previos. Ello constituyó un proceso que les permitió enlazar conocimientos. Al repasar lo básico se le dio movilidad a la memoria, como se puso de manifiesto en la siguiente interacción:

P: ¿Cómo consideran que influye el repasar lo básico del tema para comprenderlo mejor? ¿Por qué?

A16: Fue bueno repasar algo que vimos antes, porque normalmente se nos olvida y así lo recordamos para el tema.

A24: Al momento del repasar lo básico me di cuenta de que ya había olvidado unas cosas básicas y ya lo entendí mejor para aplicarlo al nuevo tema.

A12: Me pareció bien, porque había cosas que se habían olvidado dentro de tanta materia y así lo recordamos.

A23: Esta bien, porque si se te olvido lo básico, lo recuerdas al volverlo a ver y así se comprende mejor el nuevo tema (Eg.).

Como se observa en las interacciones los alumnos pueden no tener presente los conocimientos previos al momento de iniciar un nuevo contenido matemático, pero les ayudó el movilizar los saberes para acceder a la memoria y a sus conocimientos previos. El recuperar los conocimientos previos fue percibido por los alumnos como positivo, pues manifestaron que es bueno para recordar temas que son básicos y que sirven de enlaces para comprender mejor un nuevo contenido, en este proceso el papel de la memoria es fundamental para acceder a dichos conocimientos.

Todo ello indicó que la memoria constituyó una parte fundamental para que los alumnos tuvieran claridad en lo que sabían y que les permitiría aprender un nuevo conocimiento, el cual era parte de la cadena de conocimientos matemáticos.

Resolución de multiplicación de binomios con productos notables

Esta categoría se conceptualizó como el resolver problemas de multiplicación de binomios con características específicas y con la regla que los

define como productos notables. Esa resolución se desarrolla a partir de la aplicación de procesos para simplificar expresiones algebraicas que les permiten resolver ecuaciones y problemas derivados de diversos campos de la ciencia. Así, para trabajar con expresiones algebraicas se requiere poner en juego tanto el conocimiento procedimental como el conceptual (Hiebert y Lefevre, 1986) de una expresión algebraica; aplicar los conocimientos del lenguaje algebraico y tomar decisiones sobre los procedimientos a realizar.

En esta categoría se identificaron las subcategorías: (a) uso de conocimientos previos en la multiplicación de binomios, (b) inferir la regla de los productos notables y (c) aplicación de los productos notables.

Uso de conocimientos previos en la multiplicación de binomios.

Aplicar los conocimientos previos para resolver problemas que impliquen las multiplicaciones de binomios se conceptualiza como el conjunto de conocimientos mínimos necesarios para la realización de multiplicaciones algebraicas, esto incluye conocer la ley de los signos en las operaciones básicas y las potencias. Así, cuando se conoce y aplica el algoritmo para la resolución de multiplicación de binomios, los conocimientos previos serán las bases que fortalecen los procesos de aprendizaje.

Al fortalecerse la parte conceptual y procedimental para la resolución de multiplicación de binomios se evita en lo posible los errores para la resolución de problemas algebraicos, como el que señaló García Suárez (como se citó en Sánchez García, 2019, p. 25) “Error de cálculo simple. Este error se presenta cuando el alumno se equivoca al realizar alguna de las operaciones básicas de la aritmética y por lo tanto obtiene un valor incorrecto que sigue utilizando sin

detectar el error”.

En el análisis de los datos se identificó cómo el profesor señaló a los alumnos el algoritmo a emplear en la multiplicación aritmética para resolver multiplicaciones de binomios algebraicos. Con ello, buscó que el alumno estableciera la relación existente entre la aritmética y el álgebra, y así, utilizara sus conocimientos previos para la resolución de multiplicación de binomios algebraicos. Buscó reducir de manera considerable los errores de concepto y procedimiento. Esto se puso en evidencia en la siguiente interacción:

P: ¡Muy bien!, ahora vamos a realizar la multiplicación siguiendo el algoritmo de la multiplicación en aritmética. Vamos a multiplicar $(x+5)(x-5)$, para esto vamos a recordar cómo se realiza una multiplicación de números [anotó en el pizarrón] 23 por 35, ¿Cómo se empieza a multiplicar?

As: 5 por 3, 15.

P: 5 y llevamos 1, ¿después?

As: 5 por 2, 10 más 1 es igual a 11.

P: ¡Muy bien!, ya multiplicamos el 5, ahora se multiplica por 3.

As: 3 por 3 es 9

As: Después, 3 por 2 es 6.

P: Así es, ahora ¿Qué hacemos con esos resultados?

As: Se suman.

P: Perfecto, este es el algoritmo empleado para la multiplicación, lo mismo vamos a realizar en esta multiplicación de binomios $(x+5)(x-5)$, ¿Con que término se empieza a multiplicar con la x o con el 5?

As: Con el 5.

P: ¡Muy bien! Pero hay que tener en cuenta el signo del 5, que en este caso es -5, ¿Cuánto es -5 por +5?

As: -25

P: Así es, ahora multiplicaremos -5 por la x, ¿Cuánto es - por +?

As: Es menos y 5 por x es 5x.

2P: Así es, el resultado es -5x, ya terminamos con el -5, ahora ¿Qué número multiplicamos?

As: La x, por los dos números.

P: Perfecto, entonces ¿Cuánto da x por +5?

As: +5x

P: Este resultado se escribe en el lugar de las x, y por último se multiplica la x por x, da como resultado x al cuadrado. Después de suman estos resultados parciales ¿Qué resultado se obtiene?

As: x al cuadrado menos 25 [la mayoría contesta] (O2).

En esta interacción se ilustra de forma positiva como los alumnos mantuvieron una participación activa y acertada al emplear sus conocimientos previos sobre la multiplicación aritmética y al emplearla en la resolución de multiplicaciones de binomios algebraicos, con la aplicación de la ley de los signos y las potencias.

En el uso de los conocimientos previos para la resolución de multiplicación de binomios el profesor no fue el único mediador o guía del conocimiento, en la formación de equipos se pudo observar cómo los alumnos desarrollaron un trabajo colaborativo en el proceso del aprendizaje de un nuevo conocimiento. Como se puede ver en la siguiente interacción:

[Equipo 2]

A22: Cada uno agarre un ejercicio.

A10: Es una multiplicación de binomios como el ejemplo que vimos.

A21: Verdad, ¿Qué x por x es x al cuadrado?

A22 y A12: Sí.

A16: ¿Ya acabaste? [dirigiéndose a el alumno A22]

A22: Sí, es muy parecido al ejemplo, pero con diferente número. Me imagino que así es su ejercicio [dirigiéndose al equipo]

A11: ¿Cuánto es $+6x - 6x$? verdad que se eliminan y no se pone nada

A12: Sí.

A22: Tenemos operaciones parecidas, vamos a checar nuestros resultados.

A21: Puedes checar si la mía está bien [se dirige al alumno A22]

A22: Sí, está bien (O2).

Los alumnos buscaban validar sus resultados con los compañeros de equipo, cuando aplicaban los conocimientos antes adquiridos para la resolución de multiplicación de binomios algebraicos. Se observó favorablemente como el equipo fortaleció y motivó a sus integrantes con la aplicación de sus conocimientos previos cuando resolvían multiplicaciones de binomios algebraicos. De esa manera, el uso de los conocimientos previos existentes les brindó seguridad y lograron realizar el algoritmo para resolver esos problemas algebraicos, como se puede ver en la siguiente interacción:

P: ¿Qué dificultades se te presentaron para realizar las multiplicaciones de binomios?

A8: No se me dificultó, porque ya habíamos visto la ley de los signos.

A5: A mí tampoco se me dificultó, pues ya me sabía la ley de los signos en las multiplicaciones, sumas y restas.

A27: No se me dificultó, porque ya había explicado el profe como utilizar los signos.

A15: No se me presentó dificultad, porque ya lo habíamos repasado.

A21: Como era el mismo procedimiento de las multiplicaciones y habíamos repasado los signos, se me presentaron pocas dificultades.

A20: No tuve ninguna dificultad, porque ya habíamos repasado la ley de los signos.

A23: Ninguna, porque estaba muy fácil, más con el ejemplo que realizamos entre todos.

A24: Ninguna, porque sí me sabía la ley de los signos y la recordé en las clases anteriores (Eg.).

En la interacción se observa como los alumnos manifestaron que habían hecho el uso de los conocimientos previos para resolver multiplicaciones de binomios algebraicos, en ese proceso fueron conjuntamente reflexionando y construyendo un nuevo aprendizaje. De esta forma, se puede señalar que el uso de los conocimientos previos jugó un papel importante, pues los alumnos después de conocer el algoritmo para la realización de multiplicaciones de binomios utilizaron sus conocimientos previos que les ayudó a construir un nuevo aprendizaje.

Inferir la regla de los productos notables.

Esta subcategoría se conceptualizó como la simplificación del proceso de

multiplicación de ciertos binomios algebraicos que permite obtener el resultado o producto de esta, al establecer reglas. Estas reglas permiten encontrar el resultado de una multiplicación de binomios sin necesidad de realizar todo el algoritmo que se emplea para su resolución, a este proceso se le conoce como: productos notables.

Al inferir reglas en matemáticas, y en este caso en la multiplicación de ciertos binomios mediante la práctica, se enfrentan desafíos. Como afirmó Padró y Barrio (2022, p. 33) “El problema de la adopción de reglas de inferencia constituye un desafío para todo aquel que proponga que podemos seguir nuevos patrones inferenciales a partir del reconocimiento de reglas”. Al inferir una regla en la multiplicación de binomios, es necesario verificar dicha regla con la resolución de diversos ejercicios y poder concluir que la regla encontrada cumple con la solución correcta del problema.

En el análisis de datos se observó cómo los alumnos mediante la resolución de diversas multiplicaciones de binomios conjugados empezaron a relacionar la multiplicación con el resultado de forma directa, lo que les permitió encontrar la característica de esos binomios y con ello establecer la regla que define a los binomios conjugados, como se puede ver en la siguiente interacción:

[Equipo 1]

A28: Ya terminaron sus multiplicaciones, para comparar resultados

As: Si.

A28: Alguien ya encontró alguna relación con el resultado.

A5: En mi problema, yo multipliqué x por x , luego más por menos y por último 9 por 9, así obtuve el resultado.

A2: Es cierto, en el mío [se los muestra a el equipo] x por x , más por menos y 5 por 5. Y así se saca el resultado.

A28: Es cierto.

A8: Si me da.

A5: Son lo mismo, nada más cambio el signo en nuestros problemas.

[Equipo 2]

A22: Cada uno agarre un ejercicio.

A16: ¿Ya acabaste? [dirigiéndose al alumno A22]

A22: Sí, es muy parecido al ejemplo, pero con diferente número. Me imagino que así es su ejercicio [dirigiéndose al equipo]

A11: ¿Cuánto es $+6x - 6x$? verdad que se eliminan y no se pone nada

A12: Sí.

A22: Tenemos operaciones parecidas, vamos a checar nuestros resultados.

A21: Puedes checar si la mía está bien [se dirige al alumno A22]

A22: Sí, está bien.

A12: Son los mismos binomios lo único que cambia es el signo, uno es positivo y otro negativo.

As: Es cierto.

A22: Y todos en el resultado tenemos dos términos.

A12: Yo pienso que para llegar al resultado en mi problema se multiplica solamente x por x , más por menos y 7 por 7.

A22: En mi problema también da así.

As: es cierto (O2).

Se ilustra de forma positiva como los alumnos realizaron la multiplicación de los binomios conjugados y establecieron una relación entre los factores y el producto obtenido, con lo que lograron identificar que en todas las multiplicaciones que realizaron de binomios lo único que cambió fue el signo, y a ellos se les denomina binomios conjugados.

Así mismo, se observó cómo los alumnos tomaron de referencia el ejemplo de los binomios conjugados y la forma como obtuvieron la regla, para resolver los binomios al cuadrado y así establecer la relación entre los factores y el producto. Iniciaron con el análisis de estos binomios de manera grupal para después trabajar en equipo. Esto evidenció en el siguiente fragmento:

P: Observen al pizarrón colocaremos y realizaremos un ejemplo, $(x+8)(x+8)$
 =, ¿Cuál es la característica de estos binomios?

As: Son iguales.

P: Entonces se pueden expresar como binomio al cuadrado, porque se está multiplicando la misma cantidad dos veces. Vamos a resolverla [los alumnos participan en la resolución] contesta el que te tocó.

A13: Profe, ya encontré la relación con el resultado.

P: ¡Excelente!, ahorita lo verificamos.

[Equipo 1]

A8: ¿Lo vamos a multiplicar igual?

A28: Sí.

A27: A mí me tocaron negativos.

A5: Solo multiplica los signos también.

A2: ¿Cuánto es $-6x-6x$?

A28: Pierdes 6 y luego vuelves a perder 6, ¿Cuál es el resultado? Así como lo explicó el profe.

A2: Pierdo 12

A28: Entonces es, - 12x

A2: Ya entendí.

A5: ¿Quién ya encontró la relación con el resultado?

A7: Creo que yo, los del medio son los mismos. Miren si eso sucede en sus problemas.

As: Sí.

[Equipo 4]

A19: ¿Quién recorta los problemas y los reparte?

A13: Yo lo hago.

A19: Oigan, así como lo vimos en el pizarrón, entonces mi problema se puede expresar como $(x + 3)$ al cuadrado.

A13: Sí. Bueno vamos a resolverlos y al final los comparamos [dirigiéndose al equipo]

As: Está bien.

A3: En el resultado obtuve tres términos, ya no fueron dos como los binomios anteriores.

A18: A mí también me dieron 3 términos.

A13: Ya se dieron cuenta que siempre los términos que se suman en medio son iguales.

As: Sí.

A18: Sí, el primer término y el último es como los binomios conjugados (O2).

En el ejemplo se observa como los alumnos realizaron las multiplicaciones de binomios al cuadrado y encontraron la relación existente entre los binomios y el producto que se obtiene. En ese proceso utilizaron sus conocimientos previos para la multiplicación de estos binomios como una base sólida para la adquirir un nuevo conocimiento. Al comparar la expresión algebraica del binomio que les tocó con el de sus compañeros de equipo, se dieron cuenta que todos pertenecían a binomios al cuadrado, y que el resultado se puede establecer mediante una regla, la cual establecieron mediante la práctica de diferentes ejercicios.

Al continuar con el análisis de los datos enfocados en los productos notables en los binomios con término común, el profesor inicia con un ejemplo en el pizarrón para analizar la característica de los binomios y resolverla en grupo. Después aplicó una actividad en donde los alumnos de manera individual debían resolver la multiplicación de binomios con término común y encontrar la pareja con el mismo resultado, para verificar si se trataba de la misma operación y encontrar la relación entre los binomios y el producto obtenido. Un ejemplo de lo realizado se puede ver en la siguiente interacción:

P: nos hace falta un producto notable de los tres programados para este contenido. Ahorita [sic] les voy a repartir una multiplicación de binomios en una hoja. Lo van a resolver por el algoritmo de la multiplicación. Vamos a resolver un ejemplo (lo coloca en el pizarrón): $(x + 5)(x - 3)$, multipliquemos. (hace la multiplicación con apoyo de los alumnos) para obtener el resultado de x al cuadrado más $2x$ menos 15. En la siguiente actividad, yo les entrego la multiplicación, la resuelven y con letras grandes anotan el resultado doblando la hoja para que no se vea la operación. La

intención solo es que se vea la respuesta. Una vez que hayan terminado les indicaré que se levanten a buscar a su pareja con el mismo resultado. Si alguien tiene dudas levante su mano.

A6: Profe, yo tengo dudas.

P: Dígame, ¿cuál es la duda?

A6: Los signos.

P: A ver, menos por menos aquí, ¿qué le da?

A6: Más.

P: ¡Muy bien! Se coloca aquí y se suma o resta con el otro resultado.

A6: Gracias profe.

P: ¿Cómo vamos? [dirigiéndose al grupo]

As: Bien.

(En el grupo se escucha las leyes de los signos, cuando resuelven el problema que les tocó).

P: Muy bien, ahora se levantan de su lugar con la respuesta y si alguien no encuentra su pareja significa que existe un error en la operación.

A5: Profe, ¿si el que tiene el error es mi compañero y no encontramos la pareja?

P: No se preocupe es lo que vamos a descubrir. Se ponen de pie (dirigiéndose al grupo). Busquen a su pareja. (Se levantan y empiezan a buscar su pareja). Se van sentando juntos lo que ya encontraron su pareja. Busquen una relación y también una regla.

[Pareja1]

A7: En los dos binomios se repite la x

A21: Sí, solo cambia el número. Y son tres términos en el resultado, el primer término esta sencillo pues es x por x

A7: Sí y para el término de que está en medio, se sumó menos 4 y menos 6 y se multiplica con las x , dando menos $6x$

A21: Sí, así lo vi yo.

A7: El último término solo se multiplica menos 4 por menos 6

A21: Da menos 24, listo tenemos una regla.

[Pareja 2]

A13: Creo que el primero y el último término están sencillos.

A24: ¿Cómo los encontraste?

A13: Solo multiplique $(x)(x)$ y $(+7)(-5)$.

A24: Sí, es cierto, falta el término del medio.

A13: Vamos a ver la multiplicación que hicimos.

A24: Restamos por ser ganancia y pérdida, nos quedó -2.

A13: Sí, pero era menos $2x$

A24: Pues se suman y se restan los números de acuerdo con los signos y se multiplican por la x .

A13: Ahí está la regla (O3).

Se puede observar cómo los alumnos utilizaron los conocimientos previos para la resolución de estas multiplicaciones de binomios y al no contar con esos conocimientos previos se les presentaron dificultades para poder continuar con el aprendizaje de los productos notables. Como puede verse en el alumno que presentó dificultad en el uso de los signos, si el profesor no atiende esa duda el alumno difícilmente hubiera terminado la actividad individual. Los alumnos

encontraron la relación entre los factores y el producto, lograron encontrar la regla que simplifica la operación para encontrar el resultado de esta multiplicación de binomios.

Por medio de la resolución de diferentes ejercicios de multiplicación de binomios los alumnos lograron descubrir la relación entre los binomios y el producto de estos. Se dieron cuenta que no era necesario realizar todo el algoritmo para encontrar el resultado y así lograron establecer reglas para cada uno de ellos. En ese proceso los conocimientos previos jugaron un papel importante para adquirir ese nuevo conocimiento. Los alumnos que presentaban fortaleza en la ley de los signos y las potencias fueron guiando a sus compañeros a través de las actividades, y los alumnos que presentaban áreas de oportunidad en los mismos se observaba la dificultad para realizar las actividades y así adquirir un nuevo conocimiento.

Aplicación de los productos notables.

La aplicación del conocimiento de los productos notables se conceptualiza como la interacción que enlaza el nuevo conocimiento adquirido con los problemas que se presentan en el contexto social en el que vive el alumno. Que los alumnos apliquen los conocimientos matemáticos en su comunidad los cuales adquieren en la escuela, ese será un gran logro de la educación, no dejar el conocimiento en las cuatro paredes de un salón de clases ya que tienen que desenvolverse en una sociedad que evoluciona, por lo que la educación debe evolucionar al mismo ritmo, para cumplir las demandas que esta requiera.

La aplicación de los conocimientos matemáticos en problemas que se presentan en su contexto social conlleva un aprendizaje significativo en donde los

alumnos puedan visualizar para qué estudian matemáticas y la importancia de su estudio. Como Albertí Palmer (2018) señaló, las matemáticas

establecidas en el currículo escolar y obligatorias que los adolescentes viven con mayor o menor agrado y que resultan difíciles de aceptar mientras no resulten significativas, útiles y comprensibles con su bagaje cultural, es decir, ricas en contexto y en significado. Por ello, el tratamiento académico de las matemáticas de la vida puede suavizar el impacto conceptual que hasta hace poco ha supuesto para muchos adolescentes la imposición de conceptos y procesos matemáticos abstractos (p. 20).

En el análisis de los datos se puede observar cómo los alumnos aplicaron los productos notables en figuras geométricas; un rectángulo y un cuadrado, para calcular la expresión algebraica que representa el área de esas figuras, que pueden referir a terrenos, planos, estructuras, entre otras. Esto se evidenció en la siguiente interacción:

P: Ahora van a resolver unos ejercicios, los cuales voy a proyectar. Lean bien las instrucciones y utilicen de ser necesario los conocimientos que acaban de adquirir. (Con apoyo del proyector se les muestra a los alumnos) Observen la primera figura, ¿Qué figura es? y ¿Cómo se saca el área?

As: Un rectángulo, es base por altura.

P: Con esa información y con las medidas que se proporcionan resuelvan lo que se indica.

A17: ¿Vamos a multiplicar los binomios? (pregunta al alumno A2).

A2: Sí.

A18: Profe, ¿es necesario realizar toda la operación?

P: No, si los binomios que se presentan se pueden resolver mediante alguna regla.

A18: Gracias.

As: (En poco tiempo se empieza a escuchar de los alumnos) Profe, ya terminé.

P: ¡Muy bien!, ahorita [sic] se va a revisar la actividad (O2).

Se puede ver como los alumnos utilizaron el conocimiento de los primeros productos notables, los binomios conjugados y los binomios al cuadrado para resolver los problemas planteados; aplicaron la regla para simplificar la operación de la multiplicación de binomios al identificar en primer lugar la fórmula para calcular el área de un rectángulo y un cuadrado. El tener el conocimiento firme de lo antes aprendido les brindó seguridad al momento de resolver esos problemas. Un ejemplo de ello se ilustra en la siguiente interacción:

Después de la participación por equipos, y con ayuda del proyector, el profesor colocó dos figuras geométricas, un rectángulo y un cuadrado. En sus lados se observaba que la medida estaba proporcionada por una expresión algebraica de binomios.

Les pidió que encontraran la expresión algebraica que representaba el área de esas figuras. Recordaron la fórmula para calcular el área de un rectángulo.

En la actividad se vio seguridad y participación dinámica de los alumnos al momento de contestar; no se mostraban inseguros, pues sabían que tenían que hacer porque de inmediato se pusieron a copiar las figuras en su cuaderno. Parecía un concurso de quién terminaba primero la actividad.

Levantaban la mano indicándole al maestro que ya habían terminado y buscaban entre sus compañeros quien más había terminado.

En su mayoría los alumnos concluyeron la actividad antes de que terminara la clase (D).

Se evidenció cómo los alumnos al contar con el conocimiento presentaron seguridad al resolver los problemas. Con esto se puede apreciar el interés de los alumnos por terminar la actividad. Esta actividad estaba enfocada en el cálculo de áreas de figuras geométricas, pero el profesor con el empleo de la tecnología con la que los alumnos estaban familiarizados llevó la aplicación de los contenidos a su contexto tecnológico con la aplicación *Google Maps* para proyectar un terreno y calcular mediante expresiones algebraicas el área de un terreno de su localidad. Esto se puede observar en la siguiente interacción:

P: Continuando con las actividades, vamos a ver un problema de aplicación de donde se utiliza estos productos notables en la vida diaria. (Con ayuda del proyector coloca el ejercicio). Van a leer el problema, lo van analizar y contesten lo que se pide.

Observen el pizarrón esta es una aplicación que ustedes conocen (*Google Maps*), se pide encontrar la expresión algebraica que representa el área del terreno, lo copian y lo realizan.

[después de un tiempo]

A26: Listo profe, ya terminé.

A7: Yo también.

A5: Profe, es parecido al problema que nos tocó, lo único que cambian son los signos.

P: ¡Muy bien!, entonces solo tenga cuidado en los signos. ¿Quién ya terminó?

Si pueden observar, esta es una aplicación de los productos notables en su vida diaria y también es la base para futuros temas que les toca ver en el siguiente nivel académico (O3).

En esta interacción se observa cómo se utiliza la tecnología y las aplicaciones para la implementación de los productos notables, en este caso los binomios con término común. Cuando trabajaron en ello, los alumnos mostraron interés y participaron de forma activa al realizar la actividad. Se identificó que la aplicación de un conocimiento en su contexto social adquirido dentro del aula, repercute de manera positiva en la actitud del alumno, pues es algo con lo cual está familiarizado y conoce, como lo es el uso de algunas aplicaciones con las que cuentan en su celular.

En la resolución de multiplicaciones de binomios con el uso de productos notables, la aplicación de los conocimientos previos moldea desde un inicio la introducción al contenido de productos notables, la fortalezas o áreas de oportunidad presentes en la ley de los signos y el uso de las potencias se puede evidenciar al realizar las multiplicaciones. En ese proceso, la obtención de la regla mediante la resolución de diversas multiplicaciones quedó marcada de manera positiva pues los alumnos al resolver de forma favorable las multiplicaciones, ya que lograron establecer la relación entre los factores y el producto que se obtenía. Se dieron cuenta que no era necesario realizar toda la operación para obtener el resultado o producto. Allí, la participación e interés estuvo presente hasta la aplicación de los productos notables lo que se tradujo en el logro de un aprendizaje

significativo para los alumnos.

Mediación pedagógica en el manejo de los productos notables

Esta categoría se conceptualizó como la mediación que realizó el profesor entre el contenido de productos notables y los procesos de desarrollo de aprendizaje que debían alcanzar los alumnos al finalizar el contenido. La mediación tomó en cuenta no solo el proceso cognitivo si no también los aspectos afectivo y social del alumno.

El buscar alcanzar los PDA establecidos para este contenido, implicó que el profesor mediador estableciera metas, como lo señaló Tébar Belmonte (2009), el mediador

debe establecer metas, seleccionar objetivos y tratar de compartir con el sujeto las intenciones en el proceso educativo; esto lleva al niño a implicarse en la experiencia para lograr los objetivos. La mediación es una "interacción intencionada", por ello, supone "reciprocidad": enseñar y aprender como un mismo proceso (p. 85).

Para cumplir la función de profesor mediador del aprendizaje debe conocer, comprender, ayudar, motivar, potenciar, orientar e implicar al alumno en el proceso de aprendizaje.

En esta categoría se identificaron las subcategorías: (a) consideración de los conocimientos previos, (b) conexión entre conocimientos matemáticos y (c) evaluación de la aplicación de los productos notables

Consideración de los conocimientos previos.

Se conceptualizó como la mediación del profesor que consideró los conocimientos previos de los alumnos antes de iniciar un nuevo contenido, el

profesor que enseña o fortalece ciertos contenidos previos necesarios para ingresar a un nuevo contenido, en este caso el de los productos notables. Para ello, debe conocer y considerar los conocimientos con los que cuentan los alumnos antes de iniciar un nuevo contenido matemático. Como Morales Urbina (2009) lo señaló “resulta apropiado tener en cuenta los conocimientos iniciales de los estudiantes y establecer una relación coherente entre lo que los alumnos saben y los nuevos conocimientos” (p. 211).

En el análisis de los datos se pudo identificar como el profesor consideró los conocimientos previos de los alumnos antes de iniciar el contenido de productos notables; no llegó al salón directo a anotar en el pizarrón el nombre de un nuevo contenido, sino que desde un inicio buscó que los alumnos logran comprender lo que se iba a ver en ese nuevo contenido. Esto se puede observar en la siguiente interacción:

P: Buenas tardes jóvenes.

As: Buenas tardes.

P: El día de hoy vamos a iniciar un nuevo contenido, para ello van a analizar y contestar la siguiente pregunta, ¿Cuáles son las partes de la multiplicación?, analicen y hagan memoria de las partes que conforman una multiplicación.

A8: El signo de la multiplicación.

P. Así es, una parte de la multiplicación es el signo, alguien más que quiera participar. ¿Cuáles son las partes de la multiplicación?

A25: El resultado.

P: Así es, el resultado es una parte de la multiplicación. Sigamos recordando

A13: Producto.

P: Producto o resultado, así es, alguien más.

A6: Denominador.

P: Si es una parte de una operación, pero en este caso no es de la multiplicación. Lo que yo pregunto y ya empezaron a contestar es ¿Cuáles son las partes de la multiplicación?, por ejemplo: ¿ 5×3 ?

As. 15

P: Viendo este ejemplo, ¿Cuáles son sus partes?

A18: 5 y 3 se le llaman factores, y el 15 sería el producto

P: Excelente. Una vez vistas las partes de la multiplicación colocaré el nombre del contenido: productos notables. ¿Qué vamos a trabajar en este contenido?

A22: Vamos a multiplicar números para encontrar un resultado.

P: Así es, y ¿cómo se le llama a ese resultado?

As: Producto.

P: Nosotros en este tema vamos a ver productos notables, producto es el resultado de una multiplicación, pero ¿Qué significa notables?

As: Que se notan

P: Entonces productos notables son resultados que se notan, es decir, no es necesario hacer toda la multiplicación para encontrar el resultado o producto, se deben de cumplir ciertas reglas para que se convierta en producto notable. Eso es lo que vamos a ver en este tema, pero no solo con aritmética, sino también con álgebra (O1).

Como se puede observar el profesor desde un inicio o el primer

acercamiento de los alumnos a este nuevo contenido de productos notables, buscó que el nombre tuviera cierto sentido a lo que se encontraban realizando. Rescató dentro de los conocimientos previos de los alumnos las partes de la multiplicación y que enlazaran esos conocimientos con el nuevo contenido.

El comprender el nombre del contenido antes de iniciarlo, fue considerado positivo por parte de los alumnos, quienes manifestaron que así tendrían una idea clara de lo que se trataría el tema y cuáles serían las bases que se requerían para el contenido nuevo. Esto se puede evidenciar en la siguiente interacción:

P: ¿Cómo te pareció iniciar un nuevo contenido comprendiendo desde un inicio el nombre de este (productos notables)? ¿Por qué?

A7: Me pareció bien, porque te das una idea de qué va a tratar el tema y se te facilita más.

A9: Bien, porque me gustó el tema y porque está padre saber de qué tratará.

A13: Me pareció bien, porque la manera de explicar del profe se me hizo divertida, el preguntarnos desde un inicio y participar.

A18: Me pareció bien, porque la forma de cómo plantearon el inicio estuvo padre y me gustó y me interesó saber más del tema.

A22: Me pareció bien, porque iniciar comprendiendo el nombre del tema tiene mucho que ver con lo que vamos a trabajar.

A26: Bien, porque así sabemos de qué se tratará el tema.

A6: Pues la verdad, me pareció muy bueno aprender desde un inicio de que tratará el tema.

A10: Me pareció importante aprender desde el nombre del tema.

A15: Me pareció bien, porque iniciar comprendiendo el nombre del tema es la base de lo que se verá en el tema.

A16: Fue diferente, porque normalmente siempre empezamos directamente con el contenido.

A21: Me pareció bien entender el nombre del contenido desde un inicio y así saber de qué tratará (Eg).

Esta mediación que realizó el profesor desde un inicio marcó de manera positiva a los alumnos, pues algunas veces los términos matemáticos les resultan difíciles de entender. Es por lo que, el comprender lo que se va a trabajar y las bases que necesitaban para abordar el contenido de productos notables, motivaron a los alumnos a querer conocer más del tema y fortalecer sus conocimientos previos.

Ya en el abordaje del contenido nuevo y con base en los conocimientos previos, en el proceso de la mediación el profesor debe buscar diversas estrategias y herramientas para poner lograr un aprendizaje significativo, encaminado al logro de los PDA que se establecen para el contenido. En este caso, el profesor mediador utilizó una aplicación del celular como algo motivador e innovador dentro de la clase de matemáticas con la finalidad de lograr movilizar saberes previos y que los aplicaran, como: (a) la ley de los signos en las operaciones básicas en aritmética y álgebra, y (b) las potencias. Esto se pudo evidenciar en la siguiente interacción:

P: Antes de iniciar con este nuevo contenido de productos notables, vamos a repasar lo básico del tema. Saquen su celular en la aplicación *Kahoot*, van a realizar una actividad que ya les traigo programada, ¿listos?

As: Sí.

P: Se van a ingresar código en la parte de inferior de la aplicación, ahí les va a solicitar el código, ¿ya se encuentran ahí?

AS: Sí.

P: Este es el código, 09974285, analicen bien la pregunta y las respuestas, con este repasaremos lo básico de los productos notables. ¿Alguien tiene alguna duda?

As. No.

P: La aplicación asigna un nombre de usuario.

A20: Profe, a mí sí me da la opción de ingresar el nombre.

P: A quien le de esa opción de colocar el nombre [dirigiéndose al grupo], no pongan todo su nombre completo pueden colocar su nombre y una letra de alguno de sus apellidos. Ahí van saliendo los resultados, pongan mucha atención, ustedes pueden. Yo en la computadora voy checando [sic] los resultados.

A9: ¿Cuánto sacaste? [alumno preguntándole a un compañero]

A8: Aún no termino.

A9: Yo creo que me saqué un problema mal.

P: Observen bien las operaciones, ustedes pueden. [dirigiéndose al grupo]

A22: Profe, ya terminé.

P: Perfecto, vamos a esperar unos minutos más para que los compañeros terminen. Jóvenes, no se les olvide tomar una captura de pantalla al nombre que se les asignó en la aplicación para poder identificarlos. Levante la mano quien ya terminó [dirigiéndose al grupo]

As: [la mayoría del grupo levanta la mano]

P: Muy bien, vamos a esperar a los compañeros que faltan de realizar la actividad. ¿todos pudieron contestar los problemas que se les presentaron?

As: Sí.

P: Como se dieron cuenta, los ejercicios que realizaron fueron de multiplicación en aritmética y algebra, utilizando la ley de los signos, esto es lo básico de productos notables (O1).

Con esta actividad el profesor logró movilizar saberes previos para trabajar el contenido de productos notables, al reforzar la ley de los signos en las operaciones básicas en aritmética y algebra, así como el uso de potencias. Así, la mediación desarrollada al considerar los conocimientos previos fue positiva, porque los alumnos lograron entender desde un inicio el nombre del contenido, al mismo tiempo que recuperaron y reforzaron los conocimientos previos base del contenido de productos notables y esto constituyó una base sólida para adquirir un nuevo conocimiento matemático. De allí que, fortalecer los conocimientos previos le brindan al alumno la seguridad para afrontar nuevos retos, llegan con las herramientas necesarias para la comprensión de los productos notables.

Conexión entre conocimientos matemáticos.

Se conceptualizó como la conexión que realizó el profesor entre los conocimientos previos que se reforzaron y los nuevos conocimientos de productos notables, desde la resolución de multiplicación de binomios hasta el establecimiento y aplicación de una regla que los define como productos notables.

Esa conexión entre conocimientos debe estar presente por la estructura jerárquica natural de las matemáticas, de no ser así se corre el riesgo de no contar

con bases sólidas para la adquisición de un nuevo conocimiento, como lo señaló Carrillo Siles (2009, p. 6) “los conocimientos matemáticos son interdependientes y su estructura es jerárquica. Ello significa que la incomprensión de algunos conceptos en cualquiera de los niveles puede tener consecuencias en cadena”.

Al analizar los datos se observó cómo el profesor al realizar diversas actividades logró que los alumnos establecieran la conexión entre los conocimientos previos que ya habían reforzado y los nuevos conocimientos para la resolución de multiplicaciones de binomios con características específicas. Esto evidenció en la siguiente interacción:

P: Vamos a resolver juntos una multiplicación de binomios, utilizando el mismo algoritmo de la multiplicación aritmética, $(x+5)(x-5)$, ¿Cuál término se multiplica primero, la "x" o el 5?

As: Con el 5.

P: ¡Muy bien! Pero hay que tener en cuenta el signo del 5, en este caso es -5, ¿Cuánto es -5 por +5?

As: -25

P: Así es, ahora multiplicaremos -5 por la x, ¿Cuánto es - por +?

As: Es menos y 5 por x es 5x.

P: Así es, el resultado es -5x, ya terminamos con el -5, ahora ¿Qué número multiplicamos?

As: La x, por los dos números.

P: Perfecto, entonces ¿Cuánto da x por +5?

As: +5x

P: Este resultado se escribe en el lugar de las "x", y por último se multiplica

la x por x , da como resultado x al cuadrado. Después se suman estos resultados parciales para obtener el resultado de la multiplicación.

As: x al cuadrado menos 25 (O_2).

Se puede observar como el profesor guía la actividad grupal en un proceso que rescata los conocimientos previos que los alumnos tenían, para que logaran realizar la resolución de multiplicaciones con binomios. Con ello, logró que los alumnos realizaran la conexión entre los conocimientos previos y los nuevos conocimientos. Fue una actividad fluida porque el algoritmo que se empleó para la resolución de estas multiplicaciones fue el mismo que se utiliza en las multiplicaciones aritméticas.

La mediación que realizó el profesor al propiciar que los alumnos enlazaran sus conocimientos previos les facilitó la resolución de las multiplicaciones de binomios de mejor forma y sin tantas dudas. Ello sentó bases para que en una actividad posterior y con guía del profesor pudieran identificar las características de algunos binomios que los definen como productos notables. Esto se observa en la siguiente evidencia:

P: Les voy a entregar una hoja con diferentes multiplicaciones, una persona recortará y entregará a sus compañeros un ejercicio, el cual van a resolver de manera individual. Después de realizar la multiplicación que les correspondió, van a compartir los resultados con el equipo, observando y analizando la multiplicación y el producto obtenido. Van a identificar la característica entre los binomios que se multiplican y su relación con el resultado.

[Equipo 2]

A22: Cada uno agarre un ejercicio.

A10: Es una multiplicación de binomios como el ejemplo.

A21: Verdad, ¿Qué x por x es x al cuadrado?

A22 y A12: Sí.

A16: ¿Ya acabaste? [dirigiéndose al alumno A22]

A22: Sí, es muy parecido al ejemplo, pero con diferente número. Me imagino que así es su ejercicio [dirigiéndose al equipo]

A11: ¿Cuánto es $+6x - 6x$? verdad que se eliminan y no se pone nada

A12: Sí.

A22: Tenemos operaciones parecidas, vamos a checar nuestros resultados.

A21: Puedes checar si la mía está bien [se dirige al alumno A22]

A22: Sí, está bien.

A12: Son los mismos binomios lo único que cambia es el signo, uno es positivo y otro negativo.

As: Es cierto.

A22: Y todos en el resultado tenemos dos términos.

A12: Yo pienso que para llegar al resultado en mi problema se multiplica solamente x por x , más por menos y 7 por 7.

A22: En mi problema también da así.

As: Es cierto (O2).

En esa interacción se observa como los alumnos realizaron de manera individual diversas multiplicaciones de binomios, sin contar con dudas o errores al emplear los conocimientos previos de la ley de los signos y las potencias. Al

trabajar en ello, dentro del equipo los alumnos cuestionaban sus respuestas con la finalidad de que sus compañeros las validaran.

Por medio de la mediación que realizó el profesor con esta actividad logró que los alumnos multiplicaran de manera exitosa los binomios y, a su vez, lograran identificar la regla que los definen como productos notables. Aunque no la enunciaron como tal, mostraron que tenían la noción de cómo resolver problemas con ese tipo de binomios. Así, con la guía del profesor los alumnos lograron establecer el nombre de los diferentes productos notables establecidos en el contenido y enunciar la regla. Esto se puede observar en la siguiente interacción:

P: ¡Perfecto! Muy bien ya encontraron la relación de los binomios con el resultado, ya lo convertimos en producto notable, pero ¿Cómo se les llamarán a estos binomios? Y ¿Cómo se puede establecer la regla?

A18: Binomios parecidos

A2: Binomios semiconjugados.

P: Si se parecen, pero no son conjugados. Sigán observando, entre ellos comparten un término en común.

A18: Binomios comunes.

P: ¡Muy bien! El nombre correcto es binomios con término común. Saquen su cuaderno y ¿Cómo establecemos su regla?

A12: Los comunes se multiplican.

P: Así es, primero se multiplican los términos comunes.

A18: Se suman los no comunes para el segundo término.

P: ¡Muy bien! Se suman o restan los términos no comunes y el resultado se multiplica por el término común.

A7: El último término del resultado solo se multiplican los términos no comunes, solo hay que tomar en cuenta el signo de cada número.

P: ¡Excelente! Esa es la regla de los binomios con término común. Como se dieron cuenta, no es necesario realizar toda la multiplicación, ya que al aplicar la regla se obtiene el producto (O3).

En la interacción se observa como el profesor es el que guía la actividad, pero son los alumnos que descubren la relación entre los binomios y, a su vez, enuncian la regla de los binomios con término común. El profesor mediador realizó el enlace entre conocimientos para que los alumnos adquirieran un nuevo conocimiento matemático.

Evaluación de la aplicación de productos notables.

Se conceptualizó como la forma en la que el profesor logró valorar los avances en el aprendizaje de los alumnos de los productos notables en todo el proceso; desde la recuperación de los conocimientos previos, la resolución de las multiplicaciones de binomios, la identificación de las características de esos binomios y la regla que los define como productos notables, hasta la aplicación de esos conocimientos en problemas prácticos de su contexto inmediato.

Se partió de considerar que evaluar no es sinónimo de examen, sino que es un proceso continuo que permite identificar las fortalezas y áreas de oportunidad presentes en el proceso de enseñanza – aprendizaje, con la finalidad de que los alumnos logran los aprendizajes esperados. Como afirmaron Calvo-Bernardino y Mingorance (2010), una evaluación continua proporciona al profesor “la información necesaria para mejorar y reorientar el proceso de aprendizaje, al tiempo que ofrece una visión de las dificultades y de los progresos que los

estudiantes van realizando a lo largo del curso” (p. 363).

Al analizar los datos se observó que el profesor al utilizar la aplicación *Kahoot* le permitió monitorear los resultados de una actividad planteada para propiciar que los alumnos aplicaran los conocimientos previos en la resolución de problemas. Los ejercicios con más incidencia de error los consideró para fortalecer esos conocimientos. En ese proceso organizó al grupo en parejas para la revisión de la actividad y compartir conocimientos con un compañero. Esto se evidenció en la siguiente interacción:

P: Analizando la plataforma, [el profesor revisa en la computadora] puedo observar que una gran parte del grupo tuvo dificultad en la suma y resta. Observen al pizarrón. Ahorita [sic] analizamos el resultado. Sumar y restar, por ejemplo (lo coloca en el pizarrón): $-5+12=$ La suma y resta la podemos observar para un mejor entendimiento como ganancia y pérdida, el signo + ganancia y el signo - pérdida. Entonces, ¿Qué debemos realizar para saber el resultado de una ganancia y una pérdida?

As: Restar.

P: En este ejemplo a 12 le quito 5, ¿Cuánto me queda?

As: 7

P: Muy bien, y ¿Cuál es mayor mi pérdida o mi ganancia?

As: La ganancia.

P: Otro ejercicio que me indica que tuvieron dificultad (pocos). ¿Qué operación indican estos dos números? (coloca en el pizarrón (-3) (-5)) sumando, restando, multiplicando o dividiendo. Alguien, levantando su mano, que me diga la respuesta.

A5: Multiplicando.

P: Muy bien, quien me dice la respuesta de esa multiplicación.

A18: 15

P: ¿positivo o negativo? [cuestiona al alumno]

A18: Positivo, porque menos por menos, es más.

P: ¡Muy bien!, ahora se van a reunir con un compañero y se van a compartir las respuestas, para ver las fortalezas y debilidades para corregir sus errores. Júntense con un compañero.

(Cuando se reunieron en parejas)

(pareja 1)

A11: Me equivoqué en el signo.

A22: Era negativo porque multiplicabas uno positivo por uno negativo.

A11: No aplique bien la ley de los signos.

A22: Hay que aprendernos la ley de los signos.

(pareja 2)

A21: ¿En cuál te equivocaste?

A5: En un ejercicio de suma y resta.

A21: Era como el profe lo explicó con ganancias y pérdidas, necesitas restar los números y colocar el signo del mayor.

A5: Sí, ya lo entendí (O1).

Se puede ver como el profesor fortaleció las áreas de oportunidad presente en la actividad planteada al propiciar el fortalecimiento de los conocimientos previos necesarios antes de ingresar al contenido de productos notables. Una estrategia que le ayudó para lograrlo fue el reunir a los alumnos en parejas para

compartir resultados, ver las fortalezas y áreas de oportunidad presentes en la actividad, con ello incentivó la movilización de saberes entre los alumnos.

Después de reforzar los conocimientos previos iniciaron con la resolución de multiplicación de binomios para identificar las primeras reglas de los productos notables. Mediante diversos ejercicios los alumnos movilizaron y enlazaron saberes que los llevó a realizar la aplicación de los productos notables en figuras geométricas. Para identificar las áreas de oportunidad realizaron una coevaluación. Esto se puede observar en la siguiente interacción:

P: Muy bien jóvenes, ahora vamos a realizar una actividad para aplicar esos binomios en figuras geométricas. [con apoyo del proyector muestra un rectángulo y un cuadrado a los alumnos, cuyos lados son binomios].
Observen la primera figura, ¿Qué figura es? Y ¿Cómo se saca el área?

As: Un rectángulo, es base por altura.

P: Con esa información y con las medidas que se proporcionan resuelvan lo que se indica. Una vez que terminen se intercambian los cuadernos para revisar los problemas (después de cierto tiempo pregunta al grupo. ¿ya terminaron?

As: Sí.

P: ¡Excelente! Compartan sus cuadernos y revisen el de su compañero. Verifiquen sus respuestas. Todas las dudas que lleguen a surgir me las comentan (O2).

Esta evidencia resume la aplicación de los productos notables, en donde la forma de evaluar los avances con la coevaluación permitió a los alumnos identificar sus fortalezas y áreas de oportunidad presentes en los primeros

productos notables. Mediante esta evaluación el profesor identificó los avances de los alumnos en el logro de los aprendizajes de ese contenido.

Para finalizar el abordaje del contenido, el profesor mediante un ejercicio de aplicación en el contexto inmediato y con el empleo de la plataforma de *Google Maps* planteó una actividad con ayuda del proyector en la que deberían calcular la expresión algebraica que representaba el área de diversos terrenos. Con esta actividad evaluó la aplicación del conocimiento de los productos notables, desde la identificación del producto notable hasta la correcta aplicación de la regla. Esto se puede evidenciar en la siguiente interacción:

P: Ahora vamos a ver un problema de aplicación de donde se utilizan estos productos notables en la vida diaria (con ayuda del proyector da a conocer el ejercicio). Lean el problema, lo analizan y contesten lo que se pide.

Observen el pizarrón. Esta es una aplicación que ustedes conocen (*Google Maps*). Encuentren la expresión algebraica que representa el área del terreno, lo copian y lo resuelven.

A26: Listo profe, ya terminé.

A7: Yo también.

A5: Profe. Es parecido al problema que nos tocó, lo único que cambian son los signos.

P: ¡Muy bien!, entonces solo tengan cuidado en los signos. Por último, se van a revisar ustedes el resultado del problema. ¿Quién quiere participar dando el resultado?

A13: Área es igual a x al cuadrado, mas $5x$, menos 24

P: Muy bien. Califiquen su resultado. Si alguien tiene alguna duda pregunte. (revisa la actividad y hace las anotaciones en su lista).

Se puede observar cómo los alumnos realizaron la actividad al aplicar la regla de los productos notables. Encontraron la expresión que representaba el área de los terrenos. Relacionaron el ejercicio con las actividades antes planteadas. Fue una actividad fluida.

La mediación que realizó el profesor en el contenido de productos notables marcó una diferencia desde el inicio, al propiciar que los alumnos reforzaran los conocimientos mínimos necesarios para la realizar multiplicaciones de diversos binomios. Ello fue una parte esencial para que los alumnos contaran con las bases sólidas para construir un nuevo conocimiento. Esas bases sólidas les brindaron a los alumnos seguridad y confianza al momento de resolver los problemas de multiplicación de binomios.

La forma de relacionar un algoritmo aritmético para resolver la multiplicación de binomios centró al alumno en una de las formas posibles de resolución. Esta conexión entre los conocimientos previos y nuevos conocimientos les brindó a los alumnos la facilidad de encontrar sentido a lo realizado. Las actividades guiadas eran actividades variadas y siempre enfocadas en que los alumnos encontraran la relación existente entre los binomios y el resultado o producto de esta, para que identificaran la regla que los define como un producto notable. Esos logros se reflejaron en la evaluación de cada una de las actividades realizadas en las sesiones, las cuales le permitieron controlar los avances y las dificultades que presentaban los alumnos.

Conclusiones

La investigación tuvo como propósito analizar cómo un proyecto de intervención basado en la importancia de los conocimientos previos para la construcción de nuevos conocimientos matemáticos permitió favorecer las competencias para la resolución de problemas algebraicos con productos notables en los alumnos de tercer grado de educación secundaria. De este propósito se derivaron las preguntas de investigación que orientaron el proceso de la investigación. Preguntas a las que se dio respuesta de la siguiente forma:

¿Cómo utiliza el alumno de educación secundaria los conocimientos previos de matemáticas para adquirir nuevos conocimientos algebraicos de productos notables?

Los alumnos utilizaron los conocimientos previos como la base para adquirir un nuevo conocimiento, en ello, la seguridad y confianza que les brindó contar con las bases sólidas se vio reflejado en la percepción de ese proceso de resolución, pues manifestaron que era bueno para recordar temas que les eran básicos y que utilizaban de enlaces para comprender mejor un nuevo contenido. Esto es coincidente con los planteamientos de Carrillo Siles (2009) quien planteó que los aprendizajes matemáticos se estructuran en una cadena de conocimientos en forma lógica. En esta recuperación el papel de la memoria fue importante para acceder a dichos conocimientos, lo que acompañaron con el razonamiento sobre los procedimientos para la resolución de problemas. Todo ello fue fundamental para que los alumnos tuvieran claridad en lo que sabían y que les permitiría aprender un nuevo conocimiento, el cual era parte de la cadena de conocimientos matemáticos.

En ese sentido, el reforzar los conocimientos previos permitió una correcta resolución de diferentes ejercicios de multiplicación de binomios en donde los alumnos lograron descubrir la relación entre los binomios y el producto de estos. Se dieron cuenta que no era necesario realizar todo el algoritmo para encontrar el resultado y así lograron establecer reglas para cada uno de ellos. Los alumnos que presentaban fortaleza en la ley de los signos y las potencias guiaron a sus compañeros a través de las actividades, y quienes presentaban áreas de oportunidad en los mismos se observaba la dificultad para realizar las actividades y así adquirir un nuevo conocimiento. Por lo que la interacción entre pares fortaleció el proceso de aprendizaje mediante la colaboración en el desarrollo de actividades. Como lo afirmó Gómez Gómez (2011) con las interacciones que propician el apoyo mutuo los estudiantes se desarrollan habilidades que les sirven de base para descubrir y construir su propio aprendizaje.

¿Cómo el desarrollo de la mediación pedagógica que considera los conocimientos previos del alumno de educación secundaria propicia la adquisición de los nuevos conocimientos algebraicos de productos notables?

La mediación en la que se consideraron los conocimientos previos fue fundamental para la construcción de nuevos aprendizajes, pues la organización del contenido de los productos notables por parte del profesor fue primordial para realizar enlaces entre los conocimientos previos y los nuevos conocimientos. En primer lugar, el profesor realizó actividades para fortalecer los conocimientos previos, después enlazó esos conocimientos para la resolución de multiplicaciones de binomios y con ello propició la movilización de saberes que ayudó a que los alumnos encontraran las características de los binomios y su

relación con el resultado, hasta encontrar la regla que los define como un producto notable. En todo este proceso la mediación propició la adquisición de un nuevo contenido matemático basándose en considerar desde un inicio los conocimientos previos, dos de las estrategias didácticas reconocidas por Díaz Barriga y Hernández Rojas (2004), una de ellas que consiste en activar o generar conocimientos previos y la otra en promover el enlace entre los conocimientos previos y la nueva información.

Esa mediación también brindó seguridad a los alumnos para realizar las actividades que se establecían, lo que los motivó a estar concentrados en cada una de ellas. Las actividades guiadas eran actividades variadas y siempre enfocadas en que los alumnos encontraran la relación existente entre los binomios y el resultado o producto de ésta, para que identificaran la regla que los define como un producto notable.

Estos resultados permiten concluir que es importante que el profesor de educación secundaria considere que un alumno carga una mochila con varios cuadernos de distintas materias y en una sola jornada educativa trabaja con distintos profesores que imparten distintas materias, y uno de los fundamentos importantes para el aprendizaje planteados por Tobón (2010) quien señaló que al desarrollar el profesor las acciones didácticas, propicia que se pongan marcha de forma ordenada los conocimientos ya construidos para acceder a los conocimientos específicos, como en el presente estudio, el de matemáticas.

La movilización de saberes debe de partir de los conocimientos previos que tiene el alumno, ya que son base para un nuevo conocimiento. De allí que, es importante considerar que al propiciar la movilización de saberes se coloca al

alumno en la línea de partida con las herramientas suficientes para poder continuar su aprendizaje hacia un nuevo contenido.

Referencias

- Albertí Palmer, M. (2018). *Las matemáticas de la vida cotidiana: la realidad como recurso de aprendizaje y las matemáticas como medio de comprensión*. Recuperado de https://www.icmat.es/divulgacion/Material_Divulgacion/miradas_matematicas/05.pdf
- Alcocer Delgado, J., Castro Méndez, A.R., Fernández García, B., Fernández Rodríguez, M. y Spinola Amilibia, C. (2018). Ventajas y desventajas del aprendizaje colaborativo. *Innovación, equidad y educación inclusiva*. Recuperado de <https://masterprofesorado8.wordpress.com/2018/01/15/ventajas-y-desventajas-aprendizaje-colaborativo/>
- Aldana Yarlequé, C. (2012). Trabajo colaborativo en el área de matemáticas. *En blanco y negro* 3(1), 26-35. Recuperado de <https://revistas.pucp.edu.pe/index.php/enblancoynegro/article/download/2889/2815/0>
- Álvarez Méndez, Y. (2020). El trabajo colaborativo: una estrategia clave en la asignatura de matemáticas. *Educere* 1(1), 1-10 recuperado de <https://revistas.uaz.edu.mx/index.php/EDUCERE/article/view/839>
- Arteaga-Martínez, B. Macías, J. y Pizarro, N. (2020). La representación en la resolución de problemas matemáticos: un análisis de estrategias metacognitivas de estudiantes de secundaria, *Uniciencia* 34(1), 263-280. Recuperado de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=475962995015>
- Ausubel, D. (1983). Teoría del aprendizaje significativo. *Educainformatica*, 1(1-10), 1-10. Recuperado de

https://conductitlan.org.mx/07_psicologiaeducativa/Materiales/E_Teoria_d_el_Aprendizaje_significativo.pdf

Bandler, R., y Grinder, J. (1982). *Frogs into princess: Neuro linguistic programming* [De ranas a princesas: Programación neurolingüística]. England: Royal Victorian Institute for the Blind.

Bruner, J. (1966). *Hacia una teoría de la instrucción*. Cambridge, MA: Harvard Prensa universitaria.

Calvo-Bernardino, A. y Mingorance-Arnáiz, A. C. (2010). Evaluación continua de conocimientos vs de competencias: resultados de la aplicación de dos métodos valorativos diferentes. *Revista de investigación educativa* 28 (2), 363 – 683. Recuperado de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=283321930009>

Campoy Aranda, T. J. y Gomes Araújo, E. (2015). Técnicas e instrumentos cualitativos de recogida de datos. En A. Pantoja Vallejo, *Manual básico para la realización de tesinas, tesis y trabajos de investigación*, pp. 273-300. Madrid: EOS.

Cárcel Carrasco, J. (2004). La gestión del conocimiento en la ingeniería de mantenimiento industrial. *OmniaScience. Open Acces*. Recuperado de <http://omniascience.com/monographs/index.php/monograficos/article/viewFile/197/75>

Carriazo Díaz, C., Pérez Reyes, M. y Gaviria Bustamante, K. (2020). Planificación educativa como herramienta fundamental para una educación con calidad. *Utopía y Praxis Latinoamericana* 25 (3), 87-94. Recuperado de <https://www.redalyc.org/journal/279/27963600007/27963600007.pdf>

- Carrillo Siles, B. (2009). Dificultades en el aprendizaje matemático. *Innovación y experiencias educativas* 45(6), 1-10. Recuperado de https://archivos.csif.es/archivos/andalucia/ensenanza/revistas/csicsif/revista/pdf/Numero_16/BEATRIZ_CARRILLO_2.pdf
- Castellano-Gil, J.M., Stefos, E., Sánchez, M. Torres-Orellana, K y Reiban-Garnica, D. I. (2018). Un caso de estudio sobre conocimiento previo en tres universidades ecuatorianas: UC, UDA y UNAE. *Estudios Pedagógicos*, 44 (1), 377-402. Recuperado de https://www.scielo.cl/scielo.cl/php?script=sci_arttext&pid=S0718-07052018000100377
- Castro, E. (2008). *Didáctica de la matemática en la Educación Primaria*. Madrid: Editorial Síntesis, S.A
- Creswell, J. W. (2009). *Research Design. Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches* [Diseño de la investigación. Enfoques de métodos cualitativos, cuantitativos y mixtos] . United Kingdom: Sage Publications.
- Denzin, N. K., Lincoln, Y. S. (1994). Introduction: Entering the Field of Qualitative Research [Introducción: Entrando al campo de la investigación cualitativa, en Denzin, N. K., Lincoln, Y.S. (Ed.), *Handbook of Qualitative Research* [Manual de investigación cualitativa] (pp. 1-17). California: Sage.
- Díaz Barriga, F. y Hernández Rojas G. (2004). *Estrategias Docentes para un Aprendizaje Significativo. Una interpretación constructivista*. (2ªed). México, McGraw-Hill.
- Fernández Pérez, J. A. (2001). Elementos que conducen al concepto de profesión. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 3(1), 26-39. Recuperado de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=15503202>

- Galindo González, R. M., Galindo González, L., Martínez de la Cruz, N., Ley Fuentes, M. G., Ruiz Aguirre, E. I. y Valenzuela González, E. (2012). Acercamiento epistemológico a la teoría del aprendizaje colaborativo. *Revista de innovación educativa* 4 (2), 156-169. Recuperado de: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5547148>
- García Suárez, J. (2010). *Análisis de errores y dificultades en la resolución de tareas algebraicas por alumnos de primer ingreso en nivel licenciatura*. Universidad de Granada. Facultad de Ciencias de la Educación. Recuperado de: <https://fqm193.ugr.es/media/grupos/FQM193/cms/>
- Gatica Lara, F. y Uribarren Berrueta, T. N. J. (2013). ¿Cómo elaborar una rúbrica? *Investigación en Educación Médica*, 2(1), 61-65. Recuperado de <https://www.scielo.org.mx/pdf/iem/v2n5/v2n5a10.pdf>
- Gómez Gómez, G. (2011). *La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en secundaria con base en secuencias didácticas y el uso del trabajo colaborativo*. Tesis de maestría. Recuperado de <https://repositorio.tec.mx/bitstream/handle/11285/619716/TESIS%20GGG.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Gómez Segura, E. (2022). Estrategias didácticas en la enseñanza de los productos notables y la factorización en la telesecundaria. *RIDE. Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, 12(24), 1-24. Recuperado de https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2007-74672022000100015
- Hamodi. C., López Pastor, V. M. y López Pastor, A. T. (2024). Medios, técnicas e instrumentos de evaluación formativa y compartida del aprendizaje en

educación superior. *Perfiles Educativos*, 37(147), 146-161. Recuperado de https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0185-26982015000100009

Hiebert, J., y Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis [Conocimiento conceptual y procedimental en matemáticas: un análisis introductorio]. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1-27). [Conocimiento conceptual y procedimental: el caso de las matemáticas]. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Jiménez Espinosa, A., Parra Quemba, L. E. y Camacho Reyes, H. D. (2016). Enseñanza y aprendizaje en resolución de problemas: productos notables. *Educación y ciencia*, 20 (1), 93-110. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/7982047>

Maldonado Pérez, M. (2007). El trabajo colaborativo en el aula universitaria. *Laurus*, 13 (23), 263-278. Recuperado de <https://www.redalyc.org/pdf/761/76102314.pdf>

Mejía Pérez, O. (2014). La importancia de la examinación en matemáticas: un enfoque sistemático. *Revista latinoamericana de estudios educativos*, 44 (2), 39-72. Recuperado de <https://www.redalyc.org/pdf/270/27031268003.pdf>

MEJOREDU. (2022). *Modelo de evaluación diagnóstica, formativa e integra. La evaluación al servicio de la mejora continua de la educación*. México. Recuperado de

https://www.mejoredu.gob.mx/images/publicaciones/Modelo_de_Evaluacion.pdf

Morales Urbina, E. M. (2009). Los conocimientos previos y su importancia para la comprensión del lenguaje matemático en la educación superior. *Universidad, ciencia y tecnología*.13(52), 211-222 Recuperado de: [https://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1316-](https://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1316-48212009000300004)

48212009000300004

Mota, D. J. y Valles, R. E. (2015). Papel de los conocimientos previos en el aprendizaje de la matemática universitaria. *Acta Scientiarum. Education*, 37(1), 85-90. Recuperado de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=303332696010>

Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (2019). *Reimagining our futures together: A new social contract for education* [Reimaginando nuestro futuro juntos: un nuevo contrato social para la educación]. París: Autor.

Orrantia, J. (2006). Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva evolutiva. *Revista psicopedagógica* 23(71), 158-180. Recuperado de http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-84862006000200010

Pamplona Raigosa, J., Cuesta Saldarriaga, J. C. y Cano Valderrama, V. (2019). Estrategias de enseñanza del docente en las áreas básicas: una mirada al aprendizaje escolar. *Revista eleuthera* 21(1), 13-33. Recuperado de <https://www.redalyc.org/journal/5859/585961633002/html/>

- Patiño Contreras, K. N., Prada Núñez, R. y Hernández Suárez, C. A. (2021). La resolución de problemas matemáticos y los factores que intervienen en su enseñanza y aprendizaje. *Revista boletín redipe*, 10(9), 459-471. Recuperado de <https://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/1453/1372>
- Pérez de Paz, A. (2019). Conocimientos previos e intervención docente. *Acta Educativa*, 19, 1-30. Recuperado de https://www.academia.edu/117103470/revista_acta_educativa_conocimientos_previos_e_intervencion_c3%93n_docente_previous_knowledge_and_teaching_intervention
- Piaget, J. (1990). *El nacimiento de la inteligencia*. Barcelona: Crítica.
- Rodríguez Gómez, G., Gil Flores, J. y García Jiménez, E. (1999). *Metodología de la investigación cualitativa*. Málaga: Ediciones Aljibe.
- Rodríguez Sabiote, C. (2003). Nociones y destrezas básicas sobre el análisis de datos cualitativos. Conferencia presentada en *Seminario Internacional: El proceso de Investigación en educación, algunos elementos clave*. Santo Domingo, República Dominicana. Recuperado de http://www.ugr.es/~ugr_unt/Material%20M%F3dulo%201/Nociones%20y%20destrezas%20b%20E1sicas%20sobre%20el%20 analisis%20de%20datos%20cualitativos.pdf
- Rojas G., P. J., Rodríguez B., J., Romero C., J. H., Castillo E., E. Y Mora V., L. O. (1999). *Transición de la aritmética al álgebra*. Bogotá- Colombia: Grupo editorial Gaia. Recuperado de http://edumat.udistrital.edu.co:8080/documents/47902/262723/LibroTransicion+Aritmetica-Algebra_Grupo+MESCUUD_U_Distrital_1999.pdf

- Rojas Maldonado, E. R. y Toscano Galeana, J. (2022). Análisis de la evaluación de los conocimientos matemáticos previos de los alumnos que ingresan al curso de Cálculo Diferencial durante la pandemia de Covid-19. *Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, 13(25). Recuperado de https://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S2007-74672022000200042&script=sci_arttext
- Sanabria, J. R. (2006). El diario pedagógico. *Emagister*. Recuperado de https://www.emagister.com/uploads_courses/Comunidad_Emagister_58001_58001.pdf
- Sánchez García, Z. C. (2019). Errores y dificultades en la resolución de problemas algebraicos. *Eco Matemático*, 10 (2), 23-34. Recuperado de: <https://revistas.ufps.edu.co/index.php/ecomatematico/article/download/2590/2675/12626>
- Secretaría de Educación Pública. (2017a). *Modelo educativo para educación obligatoria*. México: Autor.
- Secretaría de Educación Pública. (2017b). *Planes y programas de estudio. educación secundaria*. México: Autor.
- Secretaría de Educación Pública. (2017c). *Planes y programas de estudio. tercer grado de educación secundaria*. México: Autor.
- Secretaría de Educación Pública. (2019). *La Nueva Escuela Mexicana: principios y orientaciones pedagógicas*. México: Autor.
- Secretaría de Educación Pública. (2020). *Perfiles profesionales, criterios e indicadores para el personal docente, técnico docente, de asesoría técnica pedagógica, directivo y de supervisión escolar*. México: Autor.

- Secretaría de Educación Pública. (2022a). *Programas de estudio para la educación preescolar, primaria y secundaria: programas sintéticos de las fases 2 a 6*. México: Autor.
- Secretaría de Educación Pública. (2022b). *Plan y programa de estudio de educación preescolar, primaria y secundaria*. México: Autor.
- Secretaría de Gobernación. (15 de mayo de 2019). Decreto por el que se reforman, adicionan y derogan diversas disposiciones de los artículos 3o., 31 y 73 de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos, en materia educativa. *Diario Oficial de la Federación*. México: Autor. Recuperado de https://www.dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5560457&fecha=15/05/2019#gsc.tab=0
- Shulman, L. (1986). Los que entienden: Crecimiento del conocimiento en la enseñanza. *Investigador Educativo*. 15(2),4-14. Recuperado de <https://revistaseug.ugr.es/index.php/profesorado/article/download/11230/9309/>
- Schön, D. (2002). *La formación de profesionales reflexivos. Hacia un nuevo diseño de la enseñanza y el aprendizaje en las profesiones*. Barcelona: Paidós.
- Stake, R. E. (1994). Case Studies [Estudios de caso], en N. K. Denzin y Y. S. Lincoln, (Ed.), *Handbook of Qualitative Research* [Manual de Investigación Cualitativa]. Thousand Oaks: Sage Publications (pp. 236-245).
- Tamayo y Tamayo, M. (2001). *El proceso de la investigación científica*. Bogotá, Colombia: Limusa Noriega Editores.
- Taylor, J. y Bodgan, H. (1987). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación*. Buenos Aires: Paidós. Recuperado de:

<https://pics.unison.mx/maestria/wp-content/uploads/2020/05/Introduccion-a-Los-Metodos-Cualitativos-de-Investigacion-Taylor-S-J-Bogdan-R.pdf>

Taylor, J. y Bogdan, H. (1994). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación. La búsqueda de significados*. Barcelona: Paidós.

Tébar Belmonte, L. (2009). *El profesor mediador del aprendizaje: premio extraordinario de tesis doctoral*. Bogotá, Colombia: Magisterio.

Ther Ríos, F. (2004). Ensayo sobre el uso de la encuesta: hermenéutica y reflexividad de la técnica investigativa. *Revista austral de ciencias sociales*, (8), 17-27. Recuperado de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=45900802>

Tobón, S. (2010). *Formación integral y competencias. Pensamiento complejo, currículo y evaluación*. Bogotá: Ecoe.

Vargas Melgarejo, L. M. (1994). Sobre el concepto de percepción. *Alteridades* 4(8), 47-53. Recuperado de <https://www.redalyc.org/pdf/747/74711353004.pdf>

Villamil Fonseca, O. L. (2003). Investigación cualitativa, como propuesta metodológica para el abordaje de investigaciones de terapia ocupacional en comunidad. *Revista Umbral Científico*, 2, 1-7. Recuperado de <https://www.redalyc.org/pdf/304/30400207.pdf>

Vygotsky. L. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Grijalbo.

Walker, R. (2002). *Métodos de investigación para el profesorado. Técnicas de evaluación*. Madrid, España: Morata.

Apéndices

Apéndice A. Examen diagnóstico-Matemáticas III

Nombre: _____ Grupo: _____

I.- Lee con mucha atención, resuelve lo que se indica y encierra la respuesta correcta.

1.- ¿Cuál es el resultado correcto de la siguiente operación? $\left(-\frac{5}{4}\right)\left(\frac{3}{2}\right) =$

a) $\frac{15}{8}$ b) $\frac{8}{6}$ c) $-\frac{15}{8}$ d) $-\frac{10}{12}$

2.- Calcula la respuesta correcta de la siguiente multiplicación. $(-12)(4) =$

a) -48 b) 48 c) 16 d) -8

3.- Obtener el resultado de la siguiente multiplicación. $(-2.5)(-3) =$

a) -7.5 b) 7.5 c) -75 d) 75

4.- Jorge quiere pintar una pared, con las dimensiones que se muestran en la imagen. Si cada litro de pintura alcanza para 11.5 m^2 , ¿Cuántos litros necesita para pintarla toda?



a) 1.82 l b) 1.86 l c) 2 l d) 5.49 l

5.- En un colegio de 400 alumnos, 350 de los mismos son mujeres y el resto varones.

¿Qué probabilidad hay de que un alumno tomado al azar resulte mujer?

- a) $\frac{7}{8}$ b) $\frac{1}{8}$ c) $\frac{4}{32}$ d) $\frac{3}{8}$

6.- Identifica el rango en cada muestra.

Muestra	
I.	6, 4, 8, 3, 9, 10
II.	7, 10, 12, 6, 9, 11
III.	16, 40, 25, 86, 5, 34
IV.	53, 71, 35, 11, 23, 46
V.	312, 231, 123, 321, 132
VI.	10.2, 1.02, 102, 120, 2.01, 20.1

- a) I = 7, II = 6, III = 81, IV = 60, V = 198, VI = 118.98
 b) I = 10, II = 12, III = 86, IV = 71, V = 321, VI = 120
 c) I = 3, II = 6, III = 5, IV = 11, V = 123, VI = 1.02
 d) I = 7, II = 6, III = 80, IV = 90, V = 200, VI = 120

7.- Realiza las siguientes conversiones.

I. $-35dm^2$ _____ m^2

II. $-54Hm$ _____ m

III. $-0.0138m^3$ _____ cm^3

a) I = 3500, II = 0.54, III = 13.8

b) I = 3.5, II = 5.4, III = 138

c) I = 0.35, II = 5400, III = 13800

d) I = 0.035, II = 540, III = 0.138

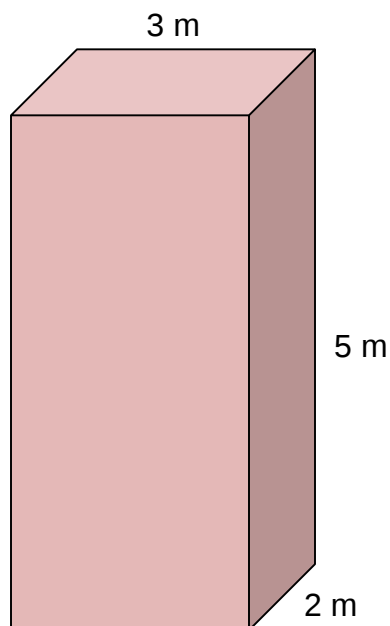
8.- ¿Cuál de las siguientes potencias reduce la multiplicación? $(5^8)(5^3)$

- a) 5^{24} b) 25^{24} c) 25^{11} d) 5^{11}

9.- Reduce la siguiente operación de potencias. $(9^4)^5$

- a) 9^9 b) 9^{45} c) 9^{20} d) 9^1

10.- Calcula el Área Total (AT) y Volumen (V) del siguiente prisma rectangular.



- a) $AT = 62\text{cm}^2$, $V = 30\text{cm}^3$
- b) $AT = 52\text{cm}^2$, $V = 30\text{cm}^3$
- c) $AT = 60\text{m}^2$, $V = 62\text{m}^3$
- d) $AT = 62\text{m}^2$, $V = 30\text{m}^3$

11.- Se tiene una caja con 6 pelotas negras, 4 pelotas blancas y 2 pelotas verdes.

¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota blanca o una pelota negra?

- a) 0.66 b) 0.83 c) 0.33 d) 0.16

12.- Para un decágono regular, la suma de sus ángulos interiores es 1440° .

¿Cuánto mide un ángulo interior?

- a) 140° b) 360° c) 144° d) 90°

13.- Si Juan compró una bolsa de café de 250 gr en \$87 ¿Cuánto pagaría si quisiera comprar 7 bolsas del mismo peso?

- a) \$109 b) \$509 c) \$609 d) \$879

14.- Calcula los valores de las incógnitas que se representan en el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} 3m + 4n = -2 \\ -3m - 7n = -4 \end{cases}$$

- a) $m = 5, n = 2$ b) $m = 2, n = 5$ c) $m = -\frac{10}{3}, n = 2$ d) $m = -5, n = -2$

15.- Para mantener una vida más saludable Pedro decide empezar a caminar todos los días, registra su tiempo y distancia recorrida en la siguiente tabla.

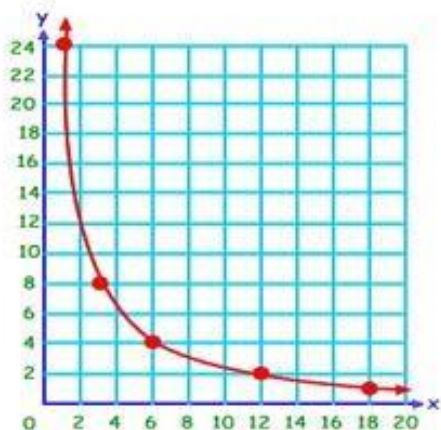
Tiempo (min)	20	25	30	35
Distancia (m)	800	1000	1200	1400

¿Qué tipo de proporcionalidad se representa en la tabla de valores?

a) *inversa* b) *múltiple* c) *directa* d) *cuadrática*

16.- La señora Catalina necesita pintar su casa, al momento de contratar los pintores se da cuenta que existe una relación entre el número de pintores (x) y las horas en las que terminan el trabajo (y), como se muestra en la siguiente tabla. Considerando que trabajan al mismo ritmo.

x	1	3	6	12
y	24	8	4	2



¿Qué tipo de proporcionalidad se representa en la tabla de valores y en la gráfica?

- a) Inversa
- b) Múltiple
- c) Directa
- d) Cuadrática

17.- De acuerdo con la sucesión de números que a continuación se presenta.

5, 8, 11, 14, 17

¿Cuál es la expresión algebraica que representa dicha sucesión? En donde n = número de posición.

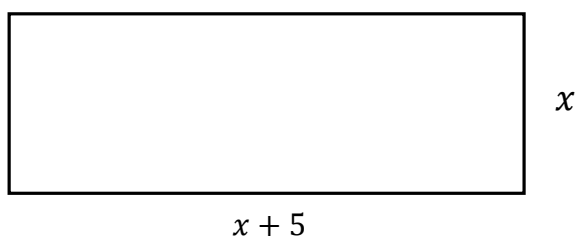
a) $5n$ b) $2n + 4$ c) $5n - 3$ d) $3n + 2$

18.- Juan quiere comprar un celular que cuesta \$4,200 por lo que empezó un plan de ahorro de 15 pesos al día, si su mamá lo ayuda con \$1,800 para iniciar su ahorro y Juan empieza el día siguiente a guardar dinero.

¿Qué expresión algebraica representa el ahorro? En donde n = número de días.

a) $n + 1800$ b) $15n + 1800$ c) $1800n + 15$ d) $8n + 4200$

19.- ¿Cuál de las siguientes expresiones algebraicas nos permite calcular el perímetro de la siguiente figura (rectángulo)?



a) $(x)(x + 5)$ b) $x + 5 + x$ c) $2(x + 5) + 2(x)$ d) $(x)(x)$

20.- Si la fórmula para calcular la suma de los ángulos interiores de cualquier polígono es:

$$180^{\circ} (n - 2)$$

En donde n = número de lados o ángulos del polígono.

¿Cuál es la suma de los ángulos interiores de un hexágono?

a) 720° b) 560° c) 700° d) 360°

Apéndice B. Test VAK

Instrucciones: Elige y subraya la opción con la que más te identifiques en cada una de las siguientes preguntas.

1. ¿Cuál de las siguientes actividades disfrutas más?	2. ¿Qué programa de televisión prefieres?
a) Escuchar música	a) Reportajes de descubrimiento y lugares
b) Ver películas	b) Cómico y de entretenimiento
c) Bailar con buena música	c) Noticias el mundo
3. Cuando conversas con otra persona, tú:	4. Si pudieras adquirir uno de los siguientes artículos, ¿cuál elegirías?
a) La escucha atentamente	a) Un jacuzzi
b) La observas	b) Un estéreo
c) Tiendes a tocarla	c) Un televisor
5. ¿Qué prefieres hacer un sábado por la tarde?	6. ¿Qué tipo de exámenes se te facilita más?
a) Quedarte en casa	a) Examen oral
b) Ir a un concierto	b) Examen escrito
c) Ir al cine	c) Examen de opción múltiple
7. ¿Cómo te orientas más fácilmente?	8. ¿En qué prefieres ocupar tu tiempo en un lugar de descanso?
a) Mediante el uso de un mapa	a) Pensar
b) Solicitando indicaciones	b) Caminar por los alrededores
c) A través de la intuición	c) Descansar
9. ¿Qué te halaga más?	10. ¿Cuál de estos ambientes te atrae más?
a) Que te digan que tienes un buen aspecto	a) Uno en el que se sienta un clima agradable
b) Que te digan que tienes un trato agradable	b) Uno en el que se escuchen las olas del mar
c) Que te digan que tienes una conversación interesante	c) Uno con una hermosa vista al

océano	
11. ¿De qué manera se te facilita aprender algo?	12. ¿A qué evento preferirías asistir?
a) Repitiendo en voz alta	a) A una reunión social
b) Escribiéndolo varias veces	b) A una exposición de arte
c) Relacionándolo con algo divertido	c) A una conferencia
13. ¿De qué manera te formas una opinión de otras personas?	14. ¿Cómo te consideras?
a) Por la sinceridad de su voz	a) Atlético
b) Por la forma de estrecharte la mano	b) Intelectual
c) Por su aspecto	c) sociable
15. ¿Qué tipo de películas te gustan más?	16. ¿Cómo prefieres mantenerte en contacto con las personas?
a) Clásicas	a) Por mensajes
b) De acción	b) Tomando un café juntos
c) De amor	c) Por llamada telefónica
17. ¿Cuál de las siguientes frases se identifica más contigo?	18. ¿Cómo prefieres pasar el tiempo con tus amigos?
a) Me gusta que el carro se sienta bien al conducirlo	a) Conversando
b) Percibo hasta el más mínimo ruido que hace el carro	b) Jugando un deporte de contacto
c) Es importante que el carro este limpio por fuera y por dentro	c) Mirando una película
19. Si no encuentras las llaves en una bolsa	20. Cuando tratas de recordar algo, ¿Cómo le haces?
a) La buscas mirando	a) A través de imágenes
b) Sacudes la bolsa para oír el ruido	b) A través de emociones
c) Buscas al tacto	c) A través de sonidos
21. Si tuvieras dinero, ¿Qué harías?	22. ¿Con qué frase te identificas más?
a) Comprar una casa	a) Reconozco a las personas por su voz
b) Viajar y conocer el mundo	
c) Adquirir un estudio de grabación	

	b) No recuerdo el aspecto de la gente c) Recuerdo el aspecto de alguien, pero no su nombre
23. Si tuvieras que quedarte en una isla desierta, ¿Qué preferirías llevar contigo? a) Algunos buenos libros b) Un radio portátil de alta frecuencia c) Golosinas y comida enlatada	24. ¿Cuál de los siguientes entretenimientos prefieres? a) Tocar un instrumento musical b) Sacar fotografías c) Actividades manuales
25. ¿Cómo es tu forma de vestir? a) Impecable b) Informal c) Muy informal	26. ¿Qué es lo que más te gusta de una fogata nocturna? a) El calor del fuego y los bombones asados b) El sonido del fuego quemando la leña c) Mirar el fuego y las estrellas
27. ¿Cómo se te facilita entender algo? a) Cuando te lo explican verbalmente b) Cuando utilizan imágenes c) Cuando se realiza a través de alguna actividad	28. ¿Por qué te distingues? a) Por tener una gran intuición b) Por ser un buen conversador c) Por ser un buen observador
29. ¿Qué es lo que más disfrutas de un amanecer? a) La emoción de vivir un nuevo día b) La tonalidad del cielo c) El canto de las aves	30. Si pudieras elegir, ¿Qué preferirías ser? a) Un gran médico b) Un gran músico c) Un gran pintor
31. Cuando eliges tu ropa, ¿Qué es lo más importante para ti? a) Que se adecuada b) Que luzca bien c) Que sea cómoda	32. ¿Qué es lo que más disfrutas de una habitación? a) Que sea silenciosa b) Que sea confortable c) Que esté limpia y ordenada

33. ¿Qué consideras como lo más romántico? a) Una buena iluminación b) El perfume c) Cierta tipo de música	34. ¿A qué tipo de espectáculos preferirías asistir? a) A un concierto de música b) A un espectáculo de magia c) A una muestra gastronómica
35. ¿Qué te atrae más de una persona? a) Su trato y su forma de ser b) Su aspecto físico c) Su conversación	36. Cuando vas de compras, ¿En dónde pasas mucho tiempo? a) En la librería b) En la perfumería c) En la tienda de música
37. ¿Cuál es tu idea de una noche romántica? a) A la luz de las velas b) Con música romántica c) Bailando tranquilamente	38. ¿Qué es lo que más disfrutas de viajar? a) Conocer personas y hacer nuevos amigos b) Conocer lugares nuevos c) Aprender sobre otras costumbres
39. Cuando estas en la ciudad, ¿Qué es lo que más extrañas del campo? a) El aire libre y refrescante b) Los paisajes c) La tranquilidad	40. Si te ofrecieran uno de los siguientes empleos, ¿Cuál aceptarías? a) Director de una estación de radio b) Director de un club deportivo c) Director de una revista

Evaluación de resultados

Nombre del alumno: _____

Marca la respuesta que elegiste para cada una de las preguntas y al final suma verticalmente la cantidad de marcas por columnas.

N° de pregunta	Visual	Auditivo	Cinestésico
1.	B	A	C
2.	A	C	B
3.	B	A	C
4.	C	B	A
5.	C	B	A
6.	B	A	C
7.	A	B	C

N° de pregunta	Visual	Auditivo	Cinestésico
8.	B	A	C
9.	A	C	B
10.	C	B	A
11.	B	A	C
12.	B	C	A
13.	C	A	B
14.	A	B	C
15.	B	A	C
16.	A	C	B
17.	C	B	A
18.	C	A	B
19.	A	B	C
20.	A	C	B
21.	B	C	A
22.	C	A	B
23.	A	B	C
24.	B	A	C
25.	A	B	C
26.	C	B	A
27.	B	A	C
28.	C	B	A
29.	B	C	A
30.	C	B	A
31.	B	A	C
32.	C	A	B
33.	A	C	B
34.	B	A	C
35.	B	C	A
36.	A	C	B
37.	A	B	C
38.	B	C	A
39.	B	C	A
40.	C	A	B
Total			

Apéndice C. Registro de observación videograbado: fase diagnóstica

Contenido: Expresiones algebraicas: Multiplicación de binomios.

Duración: 50 minutos.

Propósito: Observar una clase de matemáticas para detectar las áreas de oportunidad presentes en la enseñanza – aprendizaje, las estrategias didácticas que utiliza el profesor, si se toman en cuenta los conocimientos previos de los alumnos antes de iniciar un nuevo contenido y saber cómo los alumnos utilizan esos conocimientos para enlazar un nuevo conocimiento.

Asistentes: 1 profesor, 28 alumnos.

Nomenclatura utilizada: P = profesor, As = alumnos, A = alumno.

P: Buenas tardes jóvenes.

As: Buenas tardes.

P: El día de hoy vamos a iniciar un nuevo contenido, la multiplicación de binomios. En los temas anteriores ya vimos contenidos de álgebra, vamos a continuar con su estudio. [anota en el pizarrón] 5 por 3 igual a 15. ¿Cuáles son las partes de la multiplicación? Recuerden las partes de la multiplicación. [hubo un silencio nadie contestaba]

Jóvenes, las partes de la multiplicación son los factores que es lo que se multiplica y el producto es el resultado de la misma. Anoten en su cuaderno la primera actividad: resuelve las siguientes multiplicaciones de binomios. [anota en el pizarrón diversas multiplicaciones de binomios] lo resuelven por la propiedad distributiva, tengan mucho cuidado con los signos.

A3: Profe, ¿Qué vamos a hacer?

P: Multiplicar esos binomios.

A27: Profe, no entiendo.

A19: Ni yo tampoco.

A11: ¿Cómo se multiplica?

P: A ver jóvenes. Observen el pizarrón. Vamos a resolver el primer ejercicio entre todos utilizando la propiedad distributiva, $(x + 5)(x - 5)$, ¿Cuánto es x por x ?

As: x al cuadrado [una pequeña parte del grupo]

P: ¿Cuánto es x por menos 5?

As: $-5x$ y otros $5x$ [opiniones divididas]

P: Primero multiplicamos el signo más por menos es menos. Entonces es menos $5x$, ahora ¿Cuánto es más 5 por x ?

As: $5x$ [una pequeña parte del grupo]

P: Y, por último, más 5 por menos 5

As: Menos 25.

P: Así es, ahora sumar y restar los términos semejantes, en este caso más $5x$, menos $5x$ se elimina, nos queda de resultado x al cuadrado menos 25. Ya juntos resolvimos el primer ejercicio, ahora les corresponde resolver los otros.

As: Esta bien.

P: ¿Quién ya terminó?

As: [Solo un pequeño grupo de alumnos levanta su mano]

P: Sigán, les daré un tiempo más. [después de otro tiempo vuelve a preguntar]

¿Quién ya terminó?

As: [sigue siendo la minoría del grupo]

P: Jóvenes, estos problemas no solo tiene aplicación en matemáticas, también la tienen en Física y Química. Continuando con las actividades van a encontrar la

expresión algebraica que representa el área de las siguientes figuras geométricas. [las anota en el pizarrón].

A15: Profe, es necesario realizar toda la multiplicación de los binomios, porque creo que existe una singularidad en ellos que permite llegar al resultado.

P: Muy bien, en algunos casos no es necesario toda la multiplicación, observen bien los binomios y realícelos. [después de un tiempo, pregunta al grupo] Levante la mano quien encontró la expresión que representa el área.

As: [solo una pequeña parte del grupo]

P: Muy bien jóvenes, para revisar la actividad se van a compartir el cuaderno con un compañero y verificaran los resultados. Jóvenes, hubo muchos errores en los signos y en el procedimiento, vamos a verificar sus resultados con el primer problema. [utiliza el problema para aclarar dudas]

A27: Profe, es que no se me la ley de los signos por eso se me complica.

As: No la recordamos, o la recordamos mal.

P: Es necesario dar un repaso a la ley de los signos, porque en matemáticas todo conocimiento es una cadena, es por eso que es importante en cada clase poner atención y preguntar las dudas. Como última actividad realizarán un ejercicio que les voy a proyectar en el pizarrón de google maps para calcular el área de un terreno con base a las medidas que se proporcionan.

As: Lo vamos a anotar en el cuaderno.

P: Si. Observen la imagen. Utilizacen álgebra. Necesitan calcular la expresión algebraica que representa el área del terreno. [los alumnos empiezan a trabajar en su cuaderno]

A17: Profe, no le entiendo.

P: ¿En qué parte no le entiende?

A17: Pues, ¿Cuál es el signo de cada letra o número?

P: Vamos a verlo. [el profesor se acerca para aclarar la duda] ¿Quién ya terminó?

As: [solo una pequeña parte del grupo levanta la mano]

P: De tarea se van a llevar el repasar la ley de los signos en la suma, resta, multiplicación y división. [timbran el término de la clase]

Apéndice D. Instrumento de estándares de desempeño docente en el aula

Día	Mes	Año

Nombre: _____
 Asignatura: _____
 CCT: _____
 Nivel: _____
 Modalidad: _____

Indique su papel como evaluador ☐ Autoevaluado ☐ Coevaluador ☐ Heteroevaluador	Indique la función que desempeña ☐ Supervisor o Inspector escolar ☐ Auxiliar de la supervisión ☐ Director de la escuela ☐ Subdirector de la escuela Profesor de grupo. Especifique el grado: ____
--	--

Categoría de Planeación

Referentes	Estándar y Niveles	Valor	Justificación
Referentes de planeación.	1. En la planeación no se especifican los contenidos.		
Selección de contenidos:	2. En la planeación se especifican, de manera confusa, contenidos apegados al currículum que desarrollará durante la clase.		
Estándares de planeación.	3. En la planeación se especifican, de manera poco clara, contenidos apegados al currículum que desarrollará durante la clase.		
Específica, de manera clara, contenidos apegados al currículum que desarrollará durante la clase	4. En la planeación se especifican, de manera clara, contenidos apegados al currículum que desarrollará durante la clase.		
Selección del propósito:	1. En la planeación no se especifica el propósito.		

Referentes	Estándar y Niveles	Valor	Justificación
Especifica de manera clara, el propósito que desarrollará durante la clase.	2. En la planeación se especifica, de manera confusa, el propósito que desarrollará durante la clase.		
	3. En la planeación se especifica, de manera poco clara, el propósito que desarrollará durante la clase.		
	4. En la planeación se especifica, de manera clara, el propósito que desarrollará durante la clase.		
Diseño de estrategias didácticas: Diseño de estrategias didácticas	1. En la planeación no se especifican estrategias didácticas.		
	2. En la planeación se especifican estrategias didácticas, pero no se sabe de su concordancia con los propósitos y contenidos porque éstos no se presentan.		
	3. En la planeación se especifican estrategias didácticas poco acordes con el propósito y los contenidos que desarrollará durante la clase.		
	4. En la planeación se especifican estrategias didácticas acordes con el propósito y los contenidos que desarrollará durante la clase.		
Selección de mecanismos de evaluación: Especifica mecanismos de evaluación a utilizar durante la clase, que permitirán detectar de manera eficiente el grado de avance y logro del propósito.	1. En la planeación no se especifican mecanismos de evaluación.		
	2. En la planeación se especifican mecanismos de evaluación a utilizar durante la clase, pero no se sabe de su alcance como evidencia del grado de avance y logro del propósito, ya que éste no se presenta.		
	3. En la planeación se especifican mecanismos de evaluación a utilizar durante la clase, pero no permitirán detectar de manera eficiente el grado de avance y logro del propósito.		
	4. En la planeación se especifican mecanismos de evaluación a utilizar durante la clase, que permitirán detectar de manera eficiente el grado de avance y logro del propósito.		

Referentes	Estándar y Niveles		Valor	Justificación
Categoría: Gestión del ambiente de clase				
Referentes de gestión del ambiente de clase	Estándares de gestión del ambiente de clase	Niveles de los estándares de gestión del ambiente de clase		
Relaciones interpersonales	1. Durante la clase no propicia relaciones interpersonales de respeto y confianza entre él y los alumnos, así como entre los alumnos			
Durante la clase propicia, de manera permanente, relaciones interpersonales de respeto y confianza entre él y los alumnos, así como entre los alumnos, que contribuyen	2. Durante la clase propicia, de manera ocasional, relaciones interpersonales de respeto y confianza entre él y los alumnos, así como entre los alumnos, que contribuyen a establecer un ambiente para el aprendizaje.			
a establecer un ambiente para el aprendizaje	3. Durante la clase propicia, de manera habitual, relaciones interpersonales de respeto y confianza entre él y los alumnos, así como entre los alumnos, que contribuyen a establecer un ambiente para el aprendizaje.			
	4. Durante la clase propicia, de manera permanente, relaciones interpersonales de respeto y confianza entre él y los alumnos, así como entre los alumnos, que contribuyen a establecer un ambiente para el aprendizaje.			
Manejo de grupo	1. Durante la clase, aunque propicia, no logra un manejo de grupo que posibilita la comunicación dentro del mismo.			
Durante la clase logra, de manera permanente, un manejo	2. Durante la clase logra, de manera ocasional, un manejo de grupo que posibilita la comunicación dentro del mismo.			
de grupo que posibilita la comunicación dentro del mismo	3. Durante la clase logra, de manera habitual, un manejo de grupo que posibilita la comunicación dentro del mismo.			
	4. Durante la clase logra, de manera permanente, un manejo de grupo que posibilita la comunicación dentro del mismo.			
Categoría: Gestión curricular				

Referentes	Estándar y Niveles		Valor	Justificación
Referentes de gestión curricular	Estándares de gestión curricular	Niveles de gestión curricular		
Conocimiento de la asignatura	1. Durante la clase demuestra escaso conocimiento y comprensión del conjunto de contenidos de la asignatura que tiene a su cargo desarrollar.			
Durante la clase demuestra amplio conocimiento	2. Durante la clase demuestra elemental conocimiento y comprensión del conjunto de contenidos de la asignatura que tiene a su cargo desarrollar.			
y comprensión del conjunto de contenidos de la asignatura que tiene a su cargo desarrollar	3. Durante la clase demuestra suficiente conocimiento y comprensión del conjunto de contenidos de la asignatura que tiene a su cargo desarrollar.			
	4. Durante la clase demuestra Amplio conocimiento y comprensión del conjunto de contenidos de la asignatura que tiene a su cargo desarrollar.			
Relaciones entre asignaturas	1. Durante la clase no presenta contenidos de diferentes asignaturas.			
	2. Durante la clase presenta contenidos de diferentes asignaturas.			
Durante la clase presenta, trata y relaciona contenidos	3. Durante la clase presenta y trata contenidos de diferentes asignaturas.			
de diferentes asignaturas	4. Durante la clase presenta, trata y relaciona contenidos de diferentes asignaturas.			
Conexión asignaturas-contexto	1. Durante la clase no establece relaciones entre los contenidos de las asignaturas y el contexto en que viven los alumnos.			
	2. Durante la clase establece, de manera frecuente, y poco pertinente, relaciones entre los contenidos de las asignaturas y el contexto en que viven los alumnos.			
Durante la clase establece, de manera frecuente y pertinente, relaciones	3. Durante la clase establece, de manera ocasional aunque pertinente, relaciones			

Referentes	Estándar y Niveles	Valor	Justificación
entre los contenidos de	entre los contenidos de las asignaturas y el contexto en que viven los alumnos.		
las asignaturas y el contexto en que viven los alumnos.	4. Durante la clase establece, de manera frecuente y pertinente, relaciones entre los contenidos de las asignaturas y el contexto en que viven los alumnos.		
Categoría: Gestión didáctica			
Referentes de gestión didáctica	Estándares de gestión didáctica	Niveles de Gestión didáctica	
Presentación curricular	1. Al inicio de la clase no presenta y/o recuerda a los alumnos el propósito ni los contenidos a desarrollar y aprender durante la clase.		
Al inicio de la clase presenta y/o recuerda, en forma clara a los alumnos, el propósito y los contenidos a desarrollar y aprender durante la clase.	2. Al inicio de la clase presenta y/o recuerda, en forma confusa a los alumnos, el propósito y/o contenidos a desarrollar y aprender durante la clase.		
	3. Al inicio de la clase presenta y/o recuerda, en forma clara a los alumnos, el propósito y/o contenidos a desarrollar y aprender durante la clase.		
	4. Al inicio de la clase presenta y/o recuerda, en forma clara a los alumnos, el propósito y/o contenidos a desarrollar y aprender durante la clase.		
Atención diferenciada	1. Durante la clase atiende, de manera preferencial, a los alumnos con menores necesidades de aprendizaje.		
Durante la clase atiende, de manera diferenciada, las necesidades de aprendizaje de los alumnos.	2. Durante la clase atiende, de manera idéntica, las necesidades de aprendizaje de los alumnos.		
	3. Durante la clase atiende, de manera preferencial, a los alumnos con mayores necesidades de aprendizaje.		
	4. Durante la clase atiende, de manera diferenciada, las necesidades de aprendizaje de los alumnos.		

Referentes	Estándar y Niveles	Valor	Justificación
Organización del grupo	1. Durante la clase no organiza al grupo de manera adecuada a las necesidades que demandan las actividades que desarrolla.		
Durante la clase organiza al grupo de manera muy	2. Durante la clase organiza al grupo de manera poco adecuada a las necesidades que demandan las actividades que desarrolla.		
Adecuada a las necesidades que demandan las actividades que desarrolla.	3. Durante la clase organiza al grupo de manera adecuada a las necesidades que demandan las actividades que desarrolla.		
	4. Durante la clase organiza al grupo de manera muy adecuada a las necesidades que demandan las actividades que desarrolla.		
Relación de aprendizaje alumno-alumno	1. Durante la clase no realiza acciones ni actividades para favorecer el diálogo entre los alumnos.		
Durante la clase realiza, de manera frecuente	2. Durante la clase realiza, de manera frecuente pero poco adecuada, acciones y actividades que favorecen el diálogo entre los alumnos propiciando su aprendizaje.		
Y adecuada acciones y actividades que favorecen el diálogo entre los alumnos, propiciando su aprendizaje.	3. Durante la clase realiza, de Manera ocasional pero adecuada, acciones y actividades que favorecen el diálogo entre los alumnos propiciando su aprendizaje.		
	4. Durante la clase realiza, de manera frecuente y Adecuada, acciones y actividades que favorecen el diálogo entre los alumnos propiciando su aprendizaje.		
Recursos didácticos	1. Durante la clase usa, de manera poco motivante para los alumnos, recursos didácticos poco Acordes para promover el aprendizaje de los contenidos.		
Durante la clase usa, de manera motivante para los alumnos,	2. Durante la clase usa, de manera motivante para los alumnos, recursos didácticos poco acordes para promover el aprendizaje de los contenidos.		
recursos didácticos Acordes para promover el aprendizaje de los contenidos.	3. Durante la clase usa, de manera poco motivante para los alumnos, recursos didácticos Acordes para promover el aprendizaje de los contenidos.		

Referentes	Estándar y Niveles	Valor	Justificación
	4. Durante la clase usa, de manera motivante para los alumnos, recursos didácticos acordes para promover el aprendizaje de los contenidos.		
Recursos espaciales	1. Durante la clase maneja, de manera inadecuada, el espacio del salón de clases respecto a las necesidades que demanda las actividades que desarrolla.		
Durante la clase maneja, de manera muy Adecuada, el espacio del salón de clases respecto	2. Durante la clase maneja, de manera poco Adecuada, el espacio del salón de clases respecto a las necesidades que demandan las actividades que desarrolla.		
a las necesidades que demandan las actividades que desarrolla	3. Durante la clase maneja, de manera Adecuada, el espacio del salón de clases respecto a las necesidades que demandan las actividades que desarrolla.		
	4. Durante la clase maneja, de manera muy Adecuada, el espacio del salón de clases respecto a las necesidades que demandan las actividades que desarrolla.		
Manejo del tiempo	1. Durante la clase distribuye y maneja el tiempo, de manera ineficaz, respecto a los contenidos y actividades que desarrolla.		
Durante la clase distribuye y maneja el tiempo, de manera eficaz y flexible, respecto a los contenidos y actividades que desarrolla.	2. Durante la clase distribuye y maneja el tiempo, de manera flexible pero poco eficaz, respecto a los contenidos y actividades que desarrolla.		
	3. Durante la clase distribuye y maneja el tiempo, de manera eficaz pero poco flexible, respecto a los contenidos y actividades que desarrolla.		
	4. Durante la clase distribuye y maneja el tiempo, de manera eficaz y flexible, respecto a los contenidos y actividades que desarrolla.		
Indicaciones	1. Durante la clase da indicaciones, de manera confusa, de los procedimientos a seguir respecto a las actividades que desarrolla.		

Referentes	Estándar y Niveles	Valor	Justificación
Durante la clase da indicaciones, de manera muy clara, de los procedimientos a seguir respecto a las actividades que desarrolla.	2. Durante la clase da indicaciones, de manera poco clara, de los procedimientos a seguir respecto a las actividades que desarrolla.		
	3. Durante la clase da indicaciones, de manera clara, de los procedimientos a seguir respecto a las actividades que desarrolla.		
	4. Durante la clase da indicaciones, de manera muy clara, de los procedimientos a seguir respecto a las actividades que desarrolla.		
Explicaciones	1. Durante la clase brinda explicaciones, de manera confusa, de los conceptos y las definiciones que trata.		
Durante la clase brinda explicaciones, de manera clara y significativa, de los conceptos y las definiciones que trata.	2. Durante la clase brinda explicaciones, de manera clara, pero significativa, de los conceptos y las definiciones que trata.		
	3. Durante la clase brinda explicaciones, de manera clara y pero poco significativa, de los conceptos y las definiciones que trata.		
	4. Durante la clase brinda explicaciones, de manera clara y significativa, de los conceptos y las definiciones que trata.		
Preguntas	1. Durante la clase formula, preguntas cerradas que no promueven un proceso de reflexión sobre los saberes y procedimientos de los alumnos		
Durante la clase formula, de manera muy frecuente, preguntas abiertas que promueven procesos de reflexión sobre los saberes y procedimientos de los alumnos	2. Durante la clase formula, de manera ocasional, preguntas abiertas que promueven procesos de reflexión sobre los saberes y procedimientos de los alumnos.		
	3. Durante la clase formula, de manera frecuente, preguntas abiertas que promueven procesos de reflexión sobre los saberes y procedimientos de los alumnos.		
	4. Durante la clase formula, de manera muy frecuente, preguntas abiertas que promueven procesos de reflexión sobre los saberes y procedimientos de los alumnos.		
Actividades dirigidas	1. Durante la clase desarrolla actividades con procedimientos determinados por él mismo,		

Referentes	Estándar y Niveles	Valor	Justificación
Durante la clase desarrolla actividades con procedimientos determinados por él mismo, pertinentes y motivantes, para que los alumnos se apropien del conocimiento	poco pertinentes y poco motivantes para que los alumnos se apropien del conocimiento.		
	2. Durante la clase desarrolla actividades con procedimientos determinados por él mismo, poco pertinentes, aunque motivantes, para que los alumnos se apropien del conocimiento.		
	3. Durante la clase desarrolla actividades con procedimientos determinados por él mismo, pertinentes y poco motivantes, para que los alumnos se apropien del conocimiento.		
	4. Durante la clase desarrolla actividades con procedimientos determinados por él mismo, pertinentes y motivantes, para que los alumnos se apropien del conocimiento.		
Actividades no dirigidas	1. Durante la clase no desarrolla actividades con procedimientos determinados por los alumnos.		
Durante la clase desarrolla actividades con procedimientos determinados por los alumnos, pertinentes y motivantes, para que se apropien del conocimiento.	2. Durante la clase desarrolla actividades con procedimientos determinados por los alumnos, poco pertinentes, aunque motivantes, para que se apropien del conocimiento.		
	3. Durante la clase desarrolla actividades con procedimientos determinados por los alumnos, pertinentes y poco motivantes, para que se apropien del conocimiento.		
	4. Durante la clase desarrolla actividades con procedimientos determinados por los alumnos, pertinentes y motivantes, para que se apropien del conocimiento.		
Categoría de evaluación			
Referentes de evaluación	Estándares de evaluación	Niveles de evaluación	
Autovaloración	1. Durante la clase no promueve que los alumnos expresen valoraciones sobre sus propios procesos y resultados respecto de las actividades que desarrolla.		

Referentes	Estándar y Niveles	Valor	Justificación
Durante la clase promueve, de manera eficiente, que los alumnos expresen valoraciones sobre sus propios procesos y resultados respecto de las actividades que desarrolla	2. Durante la clase promueve, de manera ineficiente, que los alumnos expresen valoraciones sobre sus propios procesos y resultados respecto de las actividades que desarrolla.		
	3. Durante la clase promueve, de manera poco eficiente, que los alumnos expresen valoraciones sobre sus propios procesos y resultados respecto de las actividades que desarrolla.		
	4. Durante la clase promueve, de manera eficiente, que los alumnos expresen valoraciones sobre sus propios procesos y resultados respecto de las actividades que desarrolla.		
Valoración entre alumnos	1. Durante la clase no promueve que los alumnos expresen valoraciones sobre los procesos y resultados de sus compañeros respecto de las actividades que desarrolla.		
Durante la clase promueve, de manera eficiente, que los alumnos expresen valoraciones sobre los procesos y resultados de sus compañeros respecto de las actividades que desarrolla.	2. Durante la clase promueve, de manera ineficiente, que los alumnos expresen valoraciones sobre los procesos y resultados de sus compañeros respecto de las actividades que desarrolla		
	3. Durante la clase promueve, de manera poco eficiente, que los alumnos expresen valoraciones sobre los procesos y resultados de sus compañeros respecto de las actividades que desarrolla.		
	4. Durante la clase promueve, de manera eficiente, que los alumnos expresen valoraciones sobre los procesos y resultados de sus compañeros respecto de las actividades que desarrolla.		
Valoración del docente a los alumnos	1. Durante la clase no expresa valoraciones sobre los procesos y resultados de los alumnos respecto de las actividades que desarrolla.		
Durante la clase expresa valoraciones	2. Durante la clase expresa valoraciones incongruentes sobre los procesos y		

Referentes	Estándar y Niveles	Valor	Justificación
congruentes sobre los procesos y resultados de los alumnos respecto de las actividades que desarrolla.	resultados de los alumnos respecto de las actividades que desarrolla.		
	3. Durante la clase expresa valoraciones poco congruentes sobre los procesos y resultados de los alumnos respecto de las actividades que desarrolla.		
	4. Durante la clase expresa valoraciones congruentes los procesos y resultados de los alumnos respecto de las actividades que desarrolla.		
Retroalimentación de saberes	1. Durante la clase no rescata ni sistematiza los conocimientos previos ni los que van adquiriendo los alumnos.		
Durante la clase rescata y sistematiza, de manera pertinente, los conocimientos previos, así como los que van adquiriendo los alumnos y los retroalimenta de forma significativa.	2. Durante la clase rescata y sistematiza, de manera poco pertinente, los conocimientos previos, así como los que van adquiriendo los alumnos y no los retroalimenta de forma significativa		
	3. Durante la clase rescata y sistematiza, de manera pertinente, los conocimientos previos, así como los que van adquiriendo los alumnos y los retroalimenta de forma poco significativa.		
	4. Durante la clase rescata y sistematiza, de manera pertinente, los conocimientos previos, así como los que van adquiriendo los alumnos y los retroalimenta de forma significativa.		

Apéndice E. Entrevistas a alumnos

Entrevista sobre inquietudes, dudas y expectativas en la materia de matemáticas

Estimado (a) alumno (a):

Solicito tu apoyo para contestar la presente entrevista con el propósito de obtener información sobre tus inquietudes, dudas y expectativas en la materia de matemáticas y así poder identificar las fortalezas y áreas de oportunidad en la materia.

La información que me brindes será completamente confidencial. Se requiere seas lo más objetivo posible al contestar las preguntas.

1. ¿Te gusta la materia de matemáticas? ¿Por qué?
2. ¿Consideras que las matemáticas son aplicables en la vida diaria? ¿Por qué?
3. ¿Cuál rama de las matemáticas se te facilita más?
4. ¿Cuál rama de las matemáticas se te complica más? ¿Por qué?
5. ¿Cuándo escuchas álgebra, que es lo primero que piensas?
6. ¿Dominas las operaciones básicas en aritmética, sumar, restar, multiplicar y dividir?
7. ¿Cuáles son tus expectativas en este nuevo ciclo escolar en la materia de matemáticas?
8. Si pudieras enumerar del 1 al 10, ¿En qué nivel consideras que te encuentras en matemáticas? ¿Por qué?

Por tu colaboración y apoyo, muchas gracias.

Entrevista sobre conocimientos previos

Estimado (a) alumno (a):

Solicito tu apoyo para contestar la presente entrevista que tiene como propósito obtener información sobre la forma en que se desarrolló la sesión de clase en la que se desarrolló la primera actividad del proyecto “Juntos aprendemos matemáticas: MATEjuntos”. Se pide tu opinión para conocer las fortalezas y áreas de oportunidad de los contenidos que se abordaron.

La información que me brindes será completamente confidencial. Se requiere seas lo más objetivo posible al contestar las preguntas.

1. ¿Cómo te pareció iniciar un nuevo contenido comprendiendo desde un inicio el nombre del mismo (productos notables)? ¿Por qué?
2. ¿Cómo te sentiste al trabajar actividades en una aplicación desde tu celular? ¿Por qué?
3. ¿Cómo consideras que usar la tecnología ha influido en tu motivación para aprender mejor matemáticas? ¿Por qué?
4. ¿Cómo consideras que influye el repasar lo básico del tema para comprenderlo mejor? ¿Por qué?
5. ¿Cómo consideras que influyó el compartir con un compañero los resultados obtenidos para comprender el tema? ¿Influyó para que comprendieras lo que aprendiste y los errores obtenidos?
6. ¿Cómo afectó la participación de tus compañeros para ampliar tus conocimientos? ¿los reforzó y amplió? ¿Cómo?

Por tu colaboración y apoyo, muchas gracias.

Entrevista a los alumnos. Segunda secuencia

Estimado (a) alumno (a):

Solicito tu apoyo para contestar la presente entrevista que tiene como propósito obtener información sobre la forma en que se desarrolló la sesión de clase en la que trabajamos la segunda actividad del proyecto “Juntos aprendemos matemáticas: MATEjuntos”. Emite tu opinión sobre las fortalezas y áreas de oportunidad de los contenidos que se abordaron.

La información que me brindes será completamente confidencial. Se requiere seas lo más objetivo posible al contestar las preguntas.

1. ¿Qué dificultades se te presentaron para realizar las multiplicaciones de binomios?
2. ¿Cómo te ayudó conocer o reforzar antes la ley de los signos en la multiplicación, suma y resta para realizar las multiplicaciones de binomios?
3. ¿Cómo te ayudó la participación en el equipo para entender o fortalecer tus conocimientos en los primeros productos notables?
4. ¿Cómo te sentiste al resolver problemas de aplicación de los primeros productos notables? ¿Por qué?
5. ¿Cómo consideras que te apoyó la orientación del profesor en la actividad para lograr comprender los primeros productos notables? ¿Por qué?
6. ¿Qué actividades consideras que se deberían realizar para que lograras mejor tu aprendizaje sobre las multiplicaciones de binomios?

Por tu colaboración y apoyo, muchas gracias.

Apéndice F. Plan de acción de la estrategia de intervención

Juntos aprendemos matemáticas: MATEjuntos

Secuencia didáctica 1. Una lluvia de MATEconocimientos		
Propósito	Activar los conocimientos previos del tema de productos notables y fortalecer esos saberes mediante diversas actividades.	
Fecha de sesión		
Ámbitos de competencia		
Saber conocer	Saber hacer	Saber ser
Conocer los algoritmos empleados para las operaciones básicas en aritmética, ley de los signos y las potencias.	Aplicar las operaciones básicas en aritmética utilizando la ley de los signos y las potencias para resolver problemas.	Mostrar actitud positiva ante el estudio de las matemáticas Mostrar actitudes de respeto en las participaciones que se realizan. Es empático ante las necesidades académicas de sus compañeros.
Transversalidad con campos formativos (NEM)		
Campo formativo	Eje Articulador	Aprendizaje esperado
Saberes y pensamiento científico	Pensamiento crítico	Que los alumnos conozcan, identifiquen y apliquen los primeros productos notables y vean su transversalidad con contenidos de física.
Recursos		
Cuadernos, pintarrón, plumones, celular, computadoras y rúbricas impresas.		

Desarrollo de la secuencia didáctica

Actividades del profesor	Actividades de aprendizaje	Evidencias y criterios
Actividad de inicio	Actividad de inicio	Evidencias/productos
1. Inicia la sesión con una pregunta detonadora de conocimientos previos. ¿Cuáles son las partes de una multiplicación?, para generar una lluvia de ideas en grupo. 2. Anota las posibles respuestas en el pintarrón. 3. Elabora un mapa con todas respuestas.	1. Participan de manera activa en la lluvia de ideas aportando sus conocimientos respecto a la pregunta detonadora. 2. Ponen atención a las respuestas de sus compañeros, tratando de movilizar saberes.	1. Ejercicios en el cuaderno. 2. Ejercicios en <i>Kahoot</i> Criterios de evaluación 1. Manejo de datos 2. Procedimientos seguidos 3. Resultados obtenidos
Actividades de desarrollo	Actividades de desarrollo	

Actividades del profesor	Actividades de aprendizaje	Evidencias y criterios
1. Analiza las respuestas de los alumnos a la pregunta detonadora. 2. Identifica las partes de la multiplicación que los alumnos conocen. 3. Anota en el pintarrón: productos notables. 4. Cuestiona a los alumnos respecto a lo que ellos creen que se verá en el tema. 5. Moviliza los contenidos que tienen vinculación con los productos notables, mediante diversos ejercicios en la aplicación <i>Kahoot</i>, utilizando el celular o el aula de cómputo, de: (a) operaciones básicas en donde se apliquen la ley de los signos, en aritmética y álgebra. (b) Potencias Con ejercicios aplicables en su vida diaria y transversales con contenidos de física.	1. Participan dando su concepto de productos notables 2. Realizan diversas actividades en la aplicación <i>Kahoot</i> utilizando su celular o las computadoras de aula de cómputo, movilizando saberes previos de: (a) operaciones básicas aplicando la ley de los signos y (b) potencias.	4. Aporte de ideas, fortalezas y áreas de oportunidad de su autoevaluación Instrumento de evaluación 1. Rúbrica analítica socioformativa.
Actividades de cierre	Actividades de cierre	
1. Pide que reflexionen sobre las dificultades que se les presentaron para resolver los ejercicios. 2. Evalúa las actividades de manera individual. 3. Identifica fortalezas y áreas de oportunidad de los alumnos. 4. Comenta los aspectos que identificó como fortalezas y áreas de oportunidad, haciendo énfasis en estas últimas para que los alumnos reflexionen. 5. Pide que se organicen con pares y analicen sus áreas de oportunidad para que identifiquen cómo pueden trabajarlas y superarlas.	1. Realizan un proceso metacognitivo en el que identifiquen sus fortalezas y áreas de oportunidad. 2. Escuchan las observaciones del profesor sobre sus fortalezas y áreas de oportunidad identificadas en los ejercicios realizados. 3. Se organiza en pares y analizan las áreas de oportunidad y la forma cómo pueden trabajarlas para superarlas y corregirán los posibles errores que se presentan, se apoyarán de compañeros tutores para un mejor entendimiento; quienes fungirán como tutores serán aquellos alumnos que	

Actividades del profesor	Actividades de aprendizaje	Evidencias y criterios
	resuelvan los ejercicios en forma satisfactoria antes que los demás a quienes apoyarán.	

Observaciones

Tiempo: 50 minutos

Evaluación

Secuencia didáctica 2. En sus marcas, listo, fuera.

Propósito	Iniciar con el estudio y aplicación de los primeros productos notables (binomios conjugados y binomios al cuadrado) mediante el descubrimiento de las reglas por medio de la práctica. Que el alumno visualice y aprenda su aplicación en problemas geométricos.
Fecha de sesión	

Ámbitos de competencia

Saber conocer	Saber hacer	Saber ser
El alumno conoce los binomios conjugados, binomios al cuadrado y las reglas que los convierten en productos notables.	El alumno aplica esos productos notables para la resolución de problemas geométricos, implementando las reglas.	El alumno muestra motivación ante las actividades establecidas, trabajando en colaboración y respeto con sus compañeros.

Transversalidad con campos formativos (NEM)

Campo formativo	Eje Articulador	Aprendizaje esperado
Saberes y pensamiento científico	Pensamiento crítico	Que los alumnos conozcan y apliquen las reglas que se establecen en ciertas multiplicaciones de binomios para la resolución de problemas en física y química.

Recursos

Cuadernos, pintarrón, plumones, proyector y rubricas impresas.

Desarrollo de la secuencia didáctica

Actividades del profesor	Actividades de aprendizaje	Evidencias y criterios
Actividad de inicio 1. Inicia la sesión formando equipos de 6 integrantes.	Actividad de inicio 1. Se forman en equipos de 6 integrantes, de acuerdo con las indicaciones del profesor.	Evidencias/productos Ejercicios en el cuaderno Criterios de evaluación

Actividades del profesor	Actividades de aprendizaje	Evidencias y criterios
2. Entrega una hoja con 6 problemas de multiplicación de binomios para su resolución por medio del algoritmo básico aritmético.	2. Escogen uno de los 6 problemas de la primera actividad para su resolución.	1. Datos 2. Procedimientos 3. Resultados
3. Establece las reglas para su resolución, cada integrante del equipo resolverá un problema.	3. Realizan los ejercicios utilizando el algoritmo básico aritmético para la multiplicación o la propiedad distributiva.	Instrumento de evaluación
4. En caso de duda, colocar un ejemplo en el pizarrón, que sirva como guía para la resolución de sus problemas.		Ejercicio Rubrica analítica socioformativa
Actividades de Desarrollo	Actividades de desarrollo	
1. Pide a los alumnos observen su resultado y los comparen con los resultados obtenidos por los compañeros del equipo, para identificar las similitudes en los resultados obtenidos.	1. Observan el resultado obtenido, comparándolo con la multiplicación realizada, para encontrar una relación entre las dos.	
2. Recupera en el pizarrón 3 ejercicios de binomios conjugados y 3 de binomios al cuadrado, para observarlos, analizarlos, deducir su nombre y la regla que los define.	2. comparten el resultado con sus compañeros y ver si las similitudes que el encontró se presentan en los problemas que resolvieron sus compañeros. 3. Observa y analiza lo que el profesor coloca en el pizarrón para encontrar sentido a lo resuelto. 4. Busca establecer con participaciones la regla para ese tipo de multiplicaciones de binomios.	
Actividades de Cierre	Actividades de cierre	
1. Proyecta en el pizarrón una serie de ejercicios geométricos en donde encontraran el área de diversas figuras para que	1. Realiza en el cuaderno los ejercicios proyectados en el pizarrón siguiendo la regla antes obtenida, dependiendo el producto notable del cual se trate.	

Actividades del profesor	Actividades de aprendizaje	Evidencias y criterios
2. Solicita una coevaluación de la actividad realizada. Los alumnos que lograron resolver la actividad serán tutores de aquellos alumnos que presentan áreas de oportunidad.	2. Con apoyo de un compañero se co-evalúan. 3. Identifica las fortalezas y áreas de oportunidad.	

Observaciones
Tiempo: 50 minutos
Evaluación

Secuencia didáctica 3. ¿y dónde está mi MATEamigo?	
Propósito	Que los alumnos identifiquen, analicen, deduzcan la regla de los binomios con termino común que los convierte en producto notable y la apliquen en la resolución de problemas geométricos en su vida diaria.
Fecha de sesión	

Ámbitos de competencia		
Saber conocer	Saber hacer	Saber ser
El alumno conoce los binomios con término común y la regla que lo convierte en producto notable. Conoce la aplicación de los productos notables en su vida cotidiana.	El alumno aplica esos productos notables para la resolución de problemas geométricos en su vida diaria, implementando las reglas que los convierten en productos notables.	El alumno muestra una participación con respeto y empatía para apoyar a sus compañeros que presentan alguna dificultad matemática.

Transversalidad con campos formativos (NEM)		
Campo formativo	Eje Articulador	Aprendizaje esperado
Saberes y pensamiento científico	Pensamiento crítico	Que los alumnos utilicen la regla de la multiplicación de binomios con termino común, para resolver problemas en física y química.

Recursos
Cuadernos, pintarrón, plumones, proyector y rubricas.

Desarrollo de la secuencia didáctica

Actividades del profesor	Actividades de aprendizaje	Evidencias y criterios
Actividad de Inicio	Actividad de Inicio	Evidencias/productos Ejercicios en el cuaderno
1. Inicia la sesión entregando a cada uno de los alumnos un problema (binomios con término común) para resolver en determinado tiempo. 2. Solicita que escriban el resultado en una hoja con números grandes. 3. Pide que se levanten de su banco buscando un resultado igual al suyo, mostrándolo frente a él. 4. Organiza a los alumnos para que se junten las parejas para comprobar que los resultados provienen del mismo problema.	1. Realizan el ejercicio establecido por el profesor, y sigue las reglas que se van marcando durante la actividad. 2. Analiza en resultado obtenido. 3. Se levanta buscando un resultado igual al suyo.	Criterios de evaluación 1. Datos 2. Procedimientos 3. Resultados
		Instrumento de evaluación
		Ejercicio Rubrica analítica socioformativa
Actividades de Desarrollo	Actividades de Desarrollo	
1. Indica que se sienten juntos y analicen el problema con el resultado obtenido. 2. Motiva y guía a encontrar una característica especial que los distinga y la forma de llegar al resultado sin necesidad de realizar todo el algoritmo de la multiplicación. 3. Guía el proceso por medio de un ejemplo en el pizarrón. 4. Coordina el encontrar el nombre de los binomios y la regla que los	1. Se sientan junto a su compañero y analizan el problema, encontrando la relación entre la multiplicación de binomios y el resultado obtenido. 2. Buscan establecer un posible nombre a los binomios y una posible regla para la resolución de estos sin necesidad del algoritmo de la multiplicación.	

Actividades del profesor	Actividades de aprendizaje	Evidencias y criterios
define, realizaran la siguiente actividad.		
Actividades de Cierre	Actividades de Cierre	
1. Colocar con ayuda del proyector diversas imágenes sacadas de la aplicación <i>Google Maps</i> en donde los alumnos encontraran el área de diferentes terrenos, aplicando los productos notables. 2. Solicita se realice una autoevaluación de la actividad.	1. Anota en su cuaderno las imágenes que el profesor está proyectando y las resolverá por medio de los productos notables. 2. Al finalizar se autoevalúa y pregunta al profesor las posibles dudas.	
Observaciones		
Tiempo: 50 minutos		
Evaluación		

Apéndice G. Registro de observación videograbado: fase de intervención

Secuencia didáctica 1: Una lluvia de MATEconocimientos.

Fecha: 15 de febrero de 2024.

Duración: 50 minutos.

Propósito: Activar los conocimientos previos del tema de productos notables y fortalecer esos saberes mediante diversas actividades.

Asistentes: 1 profesor, 28 alumnos.

Nomenclatura utilizada: P = profesor, As = alumnos, A = alumno.

P: Buenas tardes jóvenes.

As: Buenas tardes.

P: El día de hoy vamos a iniciar un nuevo contenido, para ello van a analizar y contestar la siguiente pregunta, ¿Cuáles son las partes de la multiplicación?, analicen y hagan memoria de las partes que conforman una multiplicación.

A8: El signo de la multiplicación.

P. Así es, una parte de la multiplicación es el signo, alguien más que quiera participar. ¿Cuáles son las partes de la multiplicación?, así como la suma tiene sus partes, la resta y la división, la multiplicación también tiene sus partes.

A25: El resultado.

P: Así es, el resultado es una parte de la multiplicación. Sigamos recordando

A13: Producto.

P: Producto o resultado, así es, alguien más.

A6: Denominador.

P: Si es una parte de una operación, pero en este caso no es de la multiplicación.

Para situarnos un poco, para la suma o adición todo lo que se suma se llama

sumandos y el resultado suma, para la sustracción está el minuendo y sustraendo y el resultado resta, lo que yo pregunto y ya empezaron a contestar es ¿Cuáles son las partes de la multiplicación?, por ejemplo: 5×3 ?

As. 15

P: Viendo este ejemplo, ¿Cuáles son sus partes?

A18: Multiplicador.

P: Si, es un parte de la multiplicación y tal vez así lo aprendieron en la primaria.

A18: Multiplicando.

P: Así es, observen el pizarrón aquí están las partes de la multiplicación; multiplicando, multiplicador y producto, así las aprendieron en primaria, pero ahora las nombraremos de la siguiente manera, factores todo lo que se multiplica y producto el resultado de esa multiplicación. Una vez vistas las partes de la multiplicación colocaré el nombre del contenido, productos notables. ¿Qué vamos a trabajar en este contenido?

A22: Vamos a multiplicar números para encontrar un resultado.

P: Así es, y ¿cómo se le llama a ese resultado?

As: Producto.

P: Nosotros en este tema vamos a ver productos notables, producto es el resultado de una multiplicación, pero ¿Qué significa notables?

As: Que se notan

P: Entonces productos notables son resultados que se notan, es decir, no es necesario hacer toda la multiplicación para encontrar el resultado o producto, se deben de cumplir ciertas reglas para que se convierta en producto notable. Eso es lo que vamos a ver en este tema, pero no solo con aritmética, sino también con

álgebra. Antes de iniciar el contenido y las multiplicaciones vamos a repasar lo básico del tema.

Saquen su celular en la aplicación *Kahoot*, vamos a realizar una actividad, ¿listos?

As: Sí.

P: Se van a ingresar código en la parte de inferior de la aplicación, ahí les va a solicitar el código, ¿ya se encuentran ahí?

AS: Sí.

P: Este es el código, 09974285, analicen bien la pregunta y las respuestas, con este repasaremos lo básico de los productos notables. ¿Alguien tiene alguna duda?

As. No.

P: La aplicación asigna un nombre de usuario.

A20: Profe, a mí sí me da la opción de ingresar el nombre.

P: A quien le de esa opción de colocar el nombre [dirigiéndose al grupo], no pongan todo su nombre completo pueden colocar su nombre y una letra de alguno de sus apellidos.

Ahí van saliendo los resultados, pongan mucha atención, ustedes pueden. Yo en la computadora voy checando os resultados.

A9: ¿Cuánto sacaste? [alumno preguntándole a un compañero]

A8: Aun no termino.

A9: Yo creo que me saque un problema mal.

P: Observen bien las operaciones, ustedes pueden. [dirigiéndose al grupo]

A22: Profe, ya terminé.

P: Perfecto, vamos a esperar unos minutos más para que los compañeros terminen. Jóvenes no se les olvide tomar una captura de pantalla al nombre que se les asigno en la aplicación para poder identificarlos.

Al finalizar da la opción de corregir, no lo hagan por el momento ahorita lo vamos a checar. Levante la mano quien ya termino [dirigiéndose al grupo]

As. [la mayoría del grupo levanta la mano]

P: Muy bien, vamos a esperar a los compañeros que faltan de realizar la actividad. ¿todos pudieron contestar los problemas que se les presentaron?

As: Sí.

P: Como se dieron cuenta los ejercicios que realizaron fueron de multiplicación en aritmética y algebra, utilizando la ley de los signos, esto es lo básico de productos notables.

Enseguida le vas a dar en la aplicación donde dice tus respuestas, ahí aparecen las respuestas correctas y las que presentaron error. Analizando la plataforma a mi arrojan los siguientes datos [el profesor revisa en la computadora] y puedo observar que la una gran parte del grupo tuvo dificultad en la suma y resta. Observen al pizarrón ahorita analizamos todos los resultados.

Sumar y restar, por ejemplo [lo coloca en el pizarrón]: $-5+12=$

La suma y resta la podemos observar para un mejor entendimiento como ganancia y perdida, el signo + ganancia y el signo – perdida. Entonces, ¿Qué debemos realizar para saber el resultado de una ganancia y una perdida?

As: Restar.

P: En este ejemplo a 12 le quito 5, ¿Cuánto me queda?

As: 7

P: Muy bien, y ¿Cuál es mayor mi pérdida o mi ganancia?

As: La ganancia.

P: Otro ejercicio que me indica que tuvieron dificultad [pocos]. ¿Que se están haciendo estos dos números? [coloca en el pizarrón (-3) (-5)] sumando, restando, multiplicando o dividiendo, alguien levantando se mano que me diga la respuesta.

A5: Multiplicando.

P: Muy bien, quien me dice la respuesta de esa multiplicación.

A18: 15

P: ¿positivo o negativo? [cuestiona al alumno]

A18: Positivo, porque más por más, es más.

P: Se van a reunir con un compañero y se van a compartir las respuestas, para ver las fortalezas y debilidades para corregir sus errores. Júntense con un compañero.

A10: Profe, yo tengo dificultad en ver mis resultados. [el profesor se acerca y la apoya]

P: Si no se alcanza a ver la imagen de la operación, le dan un clic sobre la imagen y se ve completa. [dirigiéndose a todo el grupo]. Compartan sus respuestas y observen en cuales estuvieron bien y cuales presentaron error. Expliquen a su compañero la forma de resolver el problema.

[Cuando se reunieron en parejas]

[pareja 1]

A11: Me equivoque en el signo.

A22: Era negativo porque multiplicabas uno positivo por uno negativo.

A11: No aplique bien la ley de los signos.

A22: Hay que aprendernos la ley de los signos.

[pareja 2]

A21: ¿En cuál te equivocaste?

A5: En un ejercicio de suma y resta.

A21: Era como el profe lo explico con ganancias y pérdidas, necesitas restar los números y colocar el signo del mayor.

A5: Si, ya lo entendí.

[Pareja 3]

A17. Yo me equivoque en una operación con letras.

A28: Era el mismo método de pérdidas y ganancias, porque se estaban sumando y restando, al final colocar el signo del mayor y su letra.

A17: Ya entendí, ¿y tú en cual te equivocaste?

A28: En una multiplicación, fue mi error no vi un signo.

A17: Estuvo padre la aplicación

[Pareja4]

A24: ¿Qué sacaste?

A26: Si tuve varios errores, en la suma de las x.

A24: Tenemos que aplicar las ganancias y pérdidas.

A26: Si, pero no supe que hacer con las x.

A24: Se pasaba la misma incógnita.

[se puede observar a los alumnos compartir las respuestas y explicarse entre ellos los errores cometidos]

P: Sigán compartiendo los resultados, orienten a su compañero y el expliquen el método con el cual ustedes lo resolvieron, si el algún problema los dos se

equivocaron analícenlo y encuentren una posible respuesta y si hay dudas ahorita las aclaramos.

Listo, ¿levante la mano quien ya terminó de compartir sus respuestas?

As. [todos los alumnos levantan la mano]

P: Para continuar, alguien quiere compartir en que problema tuvo dificultad.
[dirigiéndose al grupo]

A9: En el problema número 12.

P: Vamos a resolverlo [anota en el pizarrón] $-4-6=$

Observando el problema, pregunta ¿se están multiplicando los números?

As: No.

P: ¿Qué operación están realizando los números?

As: Sumando o restando.

P: Entonces aplicamos la ganancia y perdida, pierdo 4 y luego pierdo 6, ¿Cuánto perdí al final? Levante la mano quien quiera participar.

A2: Menos 10.

P: Es correcto, muy bien.

A20: Profe, yo tuve dificultad en $-7x + 3x =$

P: Observen el pizarrón, en este caso entra el álgebra con una incógnita o literal, pero al referirse a la misma letra se aplica el mismo procedimiento, la ganancia y perdida. ¿Quién quiere decir el resultado? Levantando su mano por favor.
Adelante.

A26: más 4x. [en el grupo se escucha mormullo]

P: Tranquilos, ahorita lo analizamos.

A16: Profe, es menos 4x.

P: Observen las dos respuestas [señalando el pizarrón], analicen su posible respuesta. En el problema existe una ganancia y una pérdida, y ¿Qué sucede cuando existe esto?

As: Se restan.

P: Pero ¿cuál es mayor, mi ganancia o mi pérdida?

As: La pérdida.

P: Entonces el resultado es $-4x$.

También estaba checando en los resultados que hubo algunos alumnos que presentaron dificultad en la siguiente operación $(x)(x)$ [la anota en el pizarrón]

¿Cuánto es $(x)(x)$?

As: x al cuadrado.

P: Alguien me quiere decir, ¿Por qué x al cuadrado?

A18: Porque se está multiplicando dos veces la x , por eso se pone al cuadrado.

P: Así es. Jóvenes esto que acaban de ver son las bases para poder iniciar el tema de productos notables, porque es importante saber manejar los signos en la suma, resta y multiplicación tanto en aritmética como en el álgebra.

Vamos a repasar la ley de los signos en la multiplicación, levantando su mano para participar. ¿Cuál es el resultado de multiplicar $+$ por $+$?

A5: $+$.

P: Correcto, ¿Cuál es el resultado de $-$ por $-$?

A25: $+$.

P: Correcto, si multiplico un número positivo por uno negativo, ¿su resultado será?

A28: negativo

P: Así es, y por último si multiplicamos un número negativo por uno positivo, ¿Cuál

será su resultado?

A14: negativo

P: Pongan atención al siguiente problema, ¿Cuánto es $(-4)(5) = ?$ [lo anotó en el pizarrón]

A21: - 20

P: Pero que sucede si le agregamos una parte literal, por ejemplo: $(-5x)(-2x) =$, analicen el problema y no digan la respuesta en voz alta. Levante la mano, ¿Quién la tiene la respuesta? [la mayoría del grupo la levanta], ¿Cuál es la respuesta? [señala a un alumno que levantaba su mano]

A28: $10x$ al cuadrado, positivo.

P: Levante la mano quien había pensado esa respuesta [la mayoría de los alumnos la levantan, pero se dirige a un alumno que no la levanta], usted en donde encontró la duda.

A27: En los signos.

P: Observe la ley de los signos en la multiplicación, recuerde que cuando un número no lleva signo se entiende que es positivo.

A27: Eso no entendía, de donde decían que era positivo, pero ya entendí.

P: Perfecto, vamos a continuar. En su cuaderno le anotan el nombre del contenido: productos notables, ¿Qué definición o concepto podemos anotar de productos notables?

A21: Un resultado de una multiplicación obvia

P: Excelente respuesta, al decir obvia entendemos como notable. Es decir, no necesitaremos realizar toda la operación para llegar al resultado. [los alumnos anotan el concepto en su cuaderno]

Aquí en secundaria, veremos los primeros productos notables, continuando con sus estudios en el siguiente nivel continuaran con este estudio de los productos notables, aquí se sientan las bases para el siguiente nivel.

Muchas gracias por su atención, linda tarde.

Secuencia didáctica 2: En sus marcas, listos, fuera.

Fecha: 21 de febrero de 2024.

Duración: 50 minutos.

Propósito: Iniciar con el estudio y aplicación de los primeros productos notables (binomios conjugados y binomios al cuadrado) mediante el descubrimiento de las reglas por medio de la práctica. Que el alumno visualice y aprenda su aplicación en problemas geométricos

Asistentes: 1 profesor, 28 alumnos.

Nomenclatura utilizada: P = profesor, As = alumnos, A = alumno

P: Buenas tardes jóvenes.

As: Buenas tardes.

P: El día de hoy vamos a continuar con el contenido de productos notables, en la clase anterior vimos lo básico del tema, alguien de ustedes recuerda ¿Qué son los productos notables?

A18: Los resultados que se notan sin necesidad de hacer la toda la operación.

P: Así es, producto es el resultado de una multiplicación, al ser producto notable no es necesario realizar toda la multiplicación, vamos a llegar al resultado mediante una regla que ustedes van a descubrir. Existen diferentes productos notables vamos a ir viendo de uno por uno.

Se van a formar en equipos de 7 integrantes para trabajar la siguiente actividad, por favor [los alumnos se levantan de sus filas y se empiezan a formar].

Les voy a dar una hoja con diferentes multiplicaciones, una persona recortará y entregará a sus compañeros un ejercicio, el cual van a resolver de manera individual. Observen el ejercicio que les tocó.

Primera pregunta, ¿Es una suma, una resta, una multiplicación o una división?

A14: Una multiplicación.

P: Observen al pizarrón vamos a resolver un ejemplo de esas multiplicaciones, quien tenga duda con confianza pregunte. [anota en el pizarrón] $(x + 5)(x - 5)$, es una multiplicación algebraica, pero cada factor tiene un nombre de acuerdo con el número de términos, ¿Cómo se llama la expresión de un solo término?

A2: Monomio.

P: Así es, y ¿Cómo se llama la expresión que tiene dos términos?

A25: Binomio.

P: Excelente, se llama binomio

P: Entonces, ¿Cómo se llama esta multiplicación algebraica?

As: Multiplicación de binomios.

P: ¡Muy bien!, ahora vamos a realizar la multiplicación siguiendo el algoritmo de la multiplicación en aritmética. Vamos a multiplicar $(x+5)(x-5)$, para esto vamos a recordar cómo se realiza una multiplicación de números [anotó en el pizarrón] 23 por 35, ¿Cómo se empieza a multiplicar?

As: 5 por 3, 15.

P: 5 y llevamos 1, ¿después?

As: 5 por 2, 10 más 1 es igual a 11.

P: ¡Muy bien!, ya multiplicamos el 5, ahora se multiplica por 3.

As: 3 por 3 es 9

As: Después, 3 por 2 es 6.

P: Así es, ahora ¿Qué hacemos con esos resultados?

As: Se suman.

P: Perfecto, este es el algoritmo empleado para la multiplicación, lo mismo vamos a realizar en esta multiplicación de binomios $(x+5)(x-5)$, ¿Con que término se empieza a multiplicar con la "x" o con el 5?

As: Con el 5.

P: ¡Muy bien! Pero hay que tener en cuenta el signo del 5, en este caso es -5, ¿Cuánto es -5 por +5?

As: -25

P: Así es, ahora multiplicaremos -5 por la x, ¿Cuánto es - por +?

As: Es menos y 5 por x es 5x.

P: Así es, el resultado es -5x, ya terminamos con el -5, ahora ¿Qué número multiplicamos?

As: La x, por los dos números.

P: Perfecto, entonces ¿Cuánto da x por +5?

As: +5x

P: Este resultado se escribe en el lugar de las "x", y por último se multiplica la x por x, da como resultado x al cuadrado. Después de suman estos resultados parciales para obtener el resultado de la multiplicación que da $x^2 - 25$. Ahora van a resolver el ejercicio que ustedes tienen. Recuerden el algoritmo de la multiplicación, quien tenga dudas levanta su mano [dirigiéndose al grupo]

A4: Profe [levanta su mano]

P: ¿Cuál es la duda?

A4: ¿Cual es aquí el signo del número?

P: El que está enfrente del número, en este caso es el menos y después se multiplica por el número que se indica.

A4: Gracias profe.

P: Después de realizar su multiplicación van a compartir los resultados con equipo, observando y analizando la multiplicación y el producto obtenido, encontrando la característica entre los binomios que se multiplicación y su relación con el resultado.

[Equipo 1]

A27: Apóyenme con los signos, ¿menos por más?

A5: Es menos.

A27: y ¿Cuánto da menos por menos?

A5: Mas.

A27: Gracias, ya me acordé, los vimos en el repaso de la clase anterior.

A28: Ya terminaron sus multiplicaciones, para comparar resultados

As: Si.

A7: Yo tengo una duda

A28: Déjame ver, ¿Cuánto es -4 por x?

A7: 4x

A28. ¿y los signos?

A7: Ahí estaba el error, gracias.

A2: ¿Se dejaba un espacio para anotar la próxima multiplicación?

A27: Si.

A28: Alguien ya encontró alguna relación con el resultado.

A5: En mi problema, yo multipliqué x por x , luego más por menos y por ultimo 9 por 9, así obtuve el resultado.

A2: Es cierto, en el mío [se los muestra a el equipo] x por x , más por menos y 5 por 5. Y así se saca el resultado.

A28: Es cierto.

A8: Si me da.

A5: Son lo mismo, nada más cambió el signo en nuestros problemas.

[Equipo 2]

A22: Cada uno agarre un ejercicio.

A10: Es una multiplicación de binomios como el ejemplo.

A21: Verdad, ¿Qué x por x es x al cuadrado?

A22 y A12: Si.

A16: ¿Ya acabaste? [dirigiéndose a el alumno A22]

A22: Si, es muy parecido al ejemplo, pero con diferente número. Me imagino que así es su ejercicio [dirigiéndose al equipo]

A11: ¿Cuánto es $+6x - 6x$? verdad que se eliminan y no se pone nada

A12: Si.

A22: Tenemos operaciones parecidas, vamos a checar nuestros resultados.

A21: Puedes checar si la mía está bien [se dirige al alumno A22]

A22: Si, está bien.

A12: Son los mismos binomios lo único que cambia es el signo, uno es positivo y otro negativo.

As: Es cierto.

A22: Y todos en el resultado tenemos dos términos.

A12: Yo pienso que para llegar a el resultado en mi problema se multiplica solamente x por x , más por menos y 7 por 7.

A22: En mi problema también da así.

As: es cierto.

[Equipo 3]

A4: Repartan los ejercicios.

A25: Cada uno conteste el suyo y al final comparamos.

A23: Alguien que me apoye no entendí muy bien el ejemplo.

A25: Hazlo como una multiplicación normal.

A26: Oigan, verdad que más por menos es menos.

A25 y A20: Si.

A25: Ya encontré una relación con el resultado, terminen para comparar.

A19: Ya me equivoqué en un signo.

A26: Ya terminé.

A20: ¿Cuánto es x por x ? es x al cuadrado verdad.

A25: Si. Oigan vamos a comparar los resultados y las operaciones.

As: si

A25: Encontré que x por x es x al cuadrado, más por menos es menos y 5 por 5 es 25. [enseñando su problema al equipo]

As: Es cierto.

A26: Entonces no es necesario realizar toda la multiplicación.

A25: Ese es el producto notable.

[Equipo 4]

A1: ¿Quién tiene tijeras?

A14: Yo tengo.

A9: yo recorto los problemas y se los paso.

A13: ¿Qué operación te tocó? [dirigiéndose a A18]

A18: Me tocó $(x+4)(x-4)$

A17: ¿Quién me puede ayudar con mi problema?

A13: Esta el ejemplo en el pizarrón.

A17: Se me complica un poco lo de ganancia y perdida.

A13: Fue lo que repasamos la clase anterior, haber enséñame tu problema. Si ganas 7 y pierdes 7, ¿Cuánto te queda?

A17: Pues cero.

A13: Entonces es cero, no cero x

A17: Entonces es solo x al cuadrado menos 49

A13: Si. Alguien ya encontró la relación como dijo el profe.

A9: Es el mismo binomio nada más cambia el signo. [observando el ejercicio de sus compañeros]

As: Si.

A13: Y para el resultado en mi problema basta multiplicar x por x, más por menos y el numero por el número.

A3: En mi problema igual.

[continuando con la clase]

P: Jóvenes, levanten su mano quien ya terminó el ejercicio y lo comparó con sus compañeros de equipo [dirigiéndose al grupo, la mayoría levanta la mano].

Observen al pizarrón, $(x + 5)(x - 5) = x^2 - 25$. Estos dos factores tienen una característica especial, levantado su mano, ¿Quién observó esa característica? y ¿Cuál es la característica con el resultado?

A18: Son los mismos números, lo único que cambia es el signo. Y para el resultado solo se multiplica x por x , más por menos y el número por el número.

As: Así es.

P: Si fuera necesario establecer una regla, ¿Cómo sería? Esta regla solo aplica para este tipo de binomios donde lo único que cambia es el signo.

A28: El primero por el primero, el segundo por el segundo y más por menos.

P: Correcto, y eso lo convierte en un producto notable. Ahora bien, ¿Cómo se les llamará a estos binomios donde lo único que cambia es el signo? Es decir, se están conjugando, uno positivo y otro negativo.

A8: Binomios que se conjugan.

P: Así es, es decir, binomios conjugados [lo escribe en el pizarrón] saquen su cuaderno anoten binomios conjugados y estableceremos la regla: el cuadrado del primer término menos el cuadrado del segundo término.

A continuación, te daré otra hoja con ejercicios, multiplicación de binomios, la realizaras, observarás la característica de los binomios y como se relaciona con el resultado. Observen al pizarrón colocaremos y realizaremos un ejemplo, $(x+8)^2$, ¿Cuál es la característica de estos binomios?

As: Son iguales.

P: Entonces se pueden expresar como binomio al cuadrado, porque se está multiplicando la misma cantidad dos veces. Vamos a resolverla [los alumnos participan en la resolución] contesta el que te tocó.

A13: Profe, ya encontré la relación con el resultado.

P: ¡Excelente!, ahorita lo verificamos.

[Equipo 1]

A8: ¿lo vamos a multiplicar igual?

A28: Si.

A27: A mí me tocaron negativos.

A5: Solo multiplica los signos también.

A2: ¿Cuánto es $-6x-6x$?

A28: Pierdes 6 y luego vuelves a perder 6, ¿Cuál es el resultado? Así como lo explicó el profe.

A2: Pierdo 12

A28: Entonces es, $-12x$

A2: Ya entendí.

A5: ¿Quién ya encontró la relación con el resultado?

A7: Creo que yo, los del medio son los mismos. Miren si eso sucede en sus problemas.

As: Si.

[Equipo 2]

A15: ¿A quién le tocó negativos como a mí?

A16: A mí.

A12: Nos podemos basar en el ejemplo, nada más tener cuidado con los signos.

A10: Si es perdida y perdida, su suman verdad.

A12: Si, nada más que al final es negativo.

A22: ¿Ya terminaron sus problemas?

A12 y A21: Si.

A12: ¿Quién encontró una relación entre lo que se multiplica y el resultado? Yo vi que en la multiplicación los del medio son los mismos [observa los problemas de sus compañeros]

A16: Si, lo único que cambia es el signo, algunos son positivos y otros son negativos. Y el primero y el ultimo termino están más fácil de sacar.

A22: Es algo parecido a lo que hicimos con los binomios anteriores.

[Equipo 3]

A25: Vamos a repartirnos las operaciones.

A23: Quiero una fácil.

A26: Vamos a terminar todo para comparar resultados.

A4: ¿Cuánto es 7 por x?

A25: Pues, $7x$

A4: Gracias.

A25: Solo ten cuidado en los signos.

A24: Con la explicación de profe, se entiende más.

A25: Terminando todos, comparamos los resultados.

A23: ¿Cuánto es $-10x-10x$?

A26: Como explicó el profe, pierdes 10 y luego pierdes 10, al final ¿Cuánto perdiste?

A23: Pierdo 20

A26: Bueno pues es $-20x$

[Equipo 4]

A19: ¿Quién recorta los problemas y los reparte?

A13: Yo lo hago.

A19: Oigan, así como lo vimos en el pizarrón, entonces mi problema se puede expresar como $(x + 3)$ al cuadrado.

A13: Si. Bueno vamos a resolverlos y al final los comparamos [dirigiéndose al equipo]

As: Esta bien.

A3: En el resultado obtuve tres términos, ya no fueron dos como los binomios anteriores.

A18: A mí también me dieron 3 términos.

A13: Ya se dieron cuenta que siempre los términos que se suman en medio son iguales.

As: Si.

A18: Si, el primer término y el ultimo es como el pasado.

[Continuado con la clase]

P: ¿Ya compartieron los resultados?, vamos a compartir la relación que encontraron.

A22: los binomios son iguales.

P: Así es, por eso lo transformamos en un binomio al cuadrado. Ahora, como se puede llegar al resultado sin necesidad de hacer toda la operación. [utilizando el ejemplo del pizarrón $(x+8)(x+8)$]

A25: x por x , $8+8$ por x y por último 8 por 8 .

P: ¡Muy bien! Analicen lo que dice su compañero. [lo comprueba en el ejemplo].

Ahora colocaré otro ejercicio para que participen levantando su mano.

El problema es $(x + 4)$ al cuadrado, ¿Cuál es su resultado?

A14: x al cuadrado, mas $8x$, más 16.

P: ¡Excelente! Esa es la regla que define a los binomios al cuadrado, alguien tiene alguna duda. Vamos a anotar el nombre de los binomios y su regla en el cuaderno. Binomios al cuadrado, su regla es: el primer término al cuadrado, más el doble del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo término.

Muy bien jóvenes, ahora vamos a aplicar esos binomios en figuras geométricas.

[con apoyo del proyector se los muestra a los alumnos]

Observen la primera figura, ¿Qué figura es? Y ¿Cómo se saca el área?

As: Un rectángulo, es base por altura.

P: Con esa información y con las medidas que se proporcionan resuelvan lo que se indica. Terminando se van a intercambiar los cuadernos para revisar los problemas.

¿ya terminaron?

As: Si.

P: Compartan sus cuadernos y revisen a su compañero. Verifiquen sus respuestas.

Muchas gracias por tu atención, nos vemos la próxima clase.

Secuencia didáctica 3: ¿y dónde está mi MATEamigo?

Fecha: 29 de febrero de 2024.

Duración: 50 minutos.

Propósito: Que los alumnos identifiquen, analicen, deduzcan la regla de los binomios con término común que los convierte en producto notable y la apliquen en la resolución de problemas geométricos en su vida diaria.

Asistentes: 1 profesor, 28 alumnos.

Nomenclatura utilizada: P = profesor, As = alumnos, A = alumno

P: Buenas tardes jóvenes.

As: Buenas tardes.

P: El día de hoy vamos a continuar con el estudio de los productos notables. En las clases anteriores ya vimos dos productos notables y porque se llaman productos notables. ¿Por qué se llaman productos notables?

A21: Porque son resultados que se notan.

P: Así es, los primeros productos notables que vimos cómo se dieron cuenta que no era necesario hacer toda la multiplicación para llegar al resultado, por tener una característica especial. Observen al pizarrón [anota un ejercicio de binomios conjugados] $(x + 3)(x - 3)$, ¿Qué características tiene esta multiplicación?

A7: Son iguales, lo único que cambia es el signo.

P: Correcto, entonces, ¿Cómo se llaman estos binomios?

A2: Binomios conjugados.

P: Así es, entonces será necesaria hacer toda la multiplicación.

A12: No, porque existe una regla.

P: Perfecto, ¿Quién me dice el resultado de esos binomios?

A21: x al cuadrado menos 9.

P: ¡Muy bien!, ahora colocaré otro ejemplo para que lo realicen, quien guste participar levante su mano. [Coloca en el pizarrón] $(x - 5)(x + 5)$, ¿Cuál es el resultado?

A13: x al cuadrado menos 25.

P: Correcto, esta es la regla que define a los binomios conjugados. Ahora recuerden este tipo de binomios [anotando en el pizarrón] $(x + 5)(x + 5)$, primero

¿Qué característica ven?

A18: Que son iguales.

P: ¡Muy bien!, ahora ¿Cómo se pueden transformar?

A2: En un binomio al cuadrado.

P: Así es, pero ¿por qué se eleva al cuadrado?

As: Porque se multiplica dos veces.

P: ¡Muy bien!, ahora quiero que recuerden la regla.

A7: x al cuadrado más $10x$ más 25

P: Así es, este resultado es correcto. Quiero que levante la mano quien identificó de donde salieron los tres términos. [la mayoría del grupo levanta su mano] apliquemos la regla: el cuadrado del primer término, el doble del primero por el segundo, el cuadrado del segundo término.

Estos son los dos primeros productos notables, nos hace falta un producto notable de los tres programados para este contenido. Ahora les voy a repartir una multiplicación de binomios en una hoja, lo van a resolver por el algoritmo de la multiplicación. Vamos a resolver un ejemplo [lo coloca en el pizarrón]

$(x + 5)(x - 3)$, multipliquemos. El menos 3 multiplica a los dos y luego, la x multiplica a los dos. [hace la multiplicación con apoyo de los alumnos] para obtener el resultado de x al cuadrado más dos x menos 15.

¿En que consiste la actividad?, yo les entrego la multiplicación, la resuelven y con letras grandes anotan el resultado doblando la hoja para que nos vea la operación. La intención es que solo se vea la respuesta. Terminando les indicaré que se levanten a buscar a su pareja con el mismo resultado. Si alguien tiene dudas levante su mano.

A6: Profe, yo tengo dudas.

P: Dígame, cual es la duda.

A6: Los signos.

P: haber, menos por menos aquí, ¿Qué le da?

A6: Mas

P: ¡Muy bien! Se coloca aquí y se suma o resta con el otro resultado.

A6: Gracias profe.

P: ¿Cómo vamos? [dirigiéndose al grupo]

As: Bien.

[En el grupo se escucha las leyes de los signos, cuando resuelven el problema que se les tocó]

P: Muy bien, ahora se levantan de su lugar con la respuesta y si alguien no encuentra su pareja significa que existe un error en la operación.

A5: Profe, si el que tiene el error es mi compañero y no encontramos la pareja.

P: No se preocupe es lo que vamos a descubrir. Se ponen de pie [dirigiéndose al grupo] busquen a su pareja. [se levantan y empiezan a buscar su pareja]

Se van sentando juntos lo que ya encontraron su pareja.

A8: Profe, yo no encontré mi pareja [con risas]

P: Haber, hay dos que están de pie. Vamos a resolver entre todos la operación que les tocó. Observen al pizarrón, $(x - 9)(x + 7)$, [lo resuelven entre todos] x al cuadrado, menos dos x , menos 63. Observen su resultado [se dirige a los dos alumnos que están de pie]

A8: Yo lo tengo bien

A26: Yo también.

P: Entonces, ¿por qué no se encontraron?

A8: No comparamos los resultados [una pequeña risa]

P: Bueno, los dos tenían bien el problema era lo importante, se sientan juntos.

Continuando [dirigiéndose al grupo], van a encontrar una regla para que no sea necesario realizar toda la multiplicación. Busquen una relación y también una regla.

[Pareja1]

A7: En los dos binomios se repite la x

A21: Si, solo cambia el número. Y son tres términos en el resultado, el primer término esta sencillo pues es x por x

A7: Si y para el término de que esta en medio, se sumó menos 4 y menos 6 y se multiplica con las x, dando menos 6x

A21: Si, así lo vi yo.

A7: El último término solo se multiplica menos 4 por menos 6

A21: Da menos 24, listo tenemos una regla.

[Pareja 2]

A13: Creo que el primero y el ultimo termino están sencillos.

A24: ¿Cómo los encontraste?

A13: Solo multiplique $(x)(x)$ y $(+7)(-5)$

A24: Si, es cierto, falta el término del medio.

A13: Vamos a ver la multiplicación que hicimos.

A24: Restamos por ser ganancia y perdida, nos quedó -2.

A13: Sí, pero era menos 2x

A24: Pues se suman y se restan los números de acuerdo a los signos y se multiplican por la x.

A13: Ahí está la regla.

[pareja 3]

A12: Observemos una relación en los binomios.

A4: Los dos binomios tiene x, aunque diferente número.

A12: ¿Cómo llegamos de la multiplicación al resultado?

A4: Creo que primero es $(x)(x)$

A12: Si, da x al cuadrado, el primer término del resultado. Creo que el segundo son los términos que se restan en la multiplicación, el -8 y el +3

A4: Si y se multiplican por la x.

[pareja 4]

A14: En los binomios cambia el número

A20: Si, pero no encuentro la relación con el resultado.

A14: Pues la x al cuadrado porque se multiplica x por x

A20: Pues sí, pero los otros términos.

A14: Pues eso no sé.

P: Levante la mano, ¿Quién ya encontró la regla? [dirigiéndose al grupo] [la mayoría de las parejas levanta la mano]

Les daré un tiempo más para que encuentren la relación aquellas parejas que faltan.

Continuando, ¿Qué pareja quiere participar? Observen los demás para saber si esta regla aplica también en su problema.

A7: A nosotros nos tocó $(x - 4)(x - 6)$

P: ¿Cómo encontraron el resultado?

A7: Primero multiplicamos x por x , después, sumamos menos 4 y menos 6 y nos dio menos 10, y por último menos 4 por menos 6 da menos 24.

P: ¡Muy bien!, esa regla de sus compañeros aplicó para su problema.

As: Si

P: Encontraron la misma regla que sus compañeros.

As: Si.

A14: Profe, nosotros no habíamos encontrado la relación, pero con lo que dijo el compañero la encontramos igual.

P: ¡Perfecto! De eso se trata. Muy bien ya encontramos la relación de los binomios con el resultado, ya lo convertimos en producto notable, pero ¿Cómo se les llaman a estos binomios?

A18: Binomios parecidos

A2: Binomios semiconjugados.

P: Si se parecen, pero no son conjugados. Sigán observando, entre ellos comparten un término en común.

A18: Binomios comunes.

P: ¡Muy bien! El nombre correcto es binomios con termino común. Saquen su cuaderno y anoten el último producto notable que veremos: Binomios con termino común, punto y aparte. Ahora vamos a ver un problema de aplicación de donde se utiliza estos productos notables en la vida diaria. [con ayuda del proyector coloca el ejercicio]

Lean el problema, lo analizan y lo contesten lo que se pide.

Observen el pizarrón esta es una aplicación que ustedes conocen (*Google maps*),

se pide encontrar la expresión algebraica que representa el área del terreno, lo copian y lo realizan.

A26: Listo profe, ya terminé.

A7: Yo también.

A5: Profe, es parecido a el problema que nos tocó, lo único que cambian son los signos.

P: ¡Muy bien!, entonces solo tenga cuidado en los signos.

por último, se van a revisar ustedes el resultado del problema. ¿Quién quiere participar dando el resultado?

A13: Área es igual a x al cuadrado, mas $5x$, menos 24

P: Muy bien, califiquen su resultado.

Gracias por su atención.

Apéndice H. Rubricas socioformativas analíticas

Secuencia didáctica 1. Una lluvia de MATEconocimientos

Propósito: Conocer que tanto saben los alumnos, los conocimientos previos que se requieren antes de iniciar el contenido de productos notables y fortalecer esos conocimientos mediante diversas actividades.

Alumno: _____

Indicadores	Nivel de dominio	Nivel de dominio	Nivel de dominio	Nivel de dominio	Nivel de dominio
	Preformal	Receptivo	Resolutivo	Autónomo	Estratégico
Saber conocer El alumno conoce los algoritmos empleados para las operaciones básicas en aritmética, ley de los signos y las potencias.	Aborda las operaciones aritméticas básicas mediante algoritmos, utilizando números enteros positivos.	Reconoce la ley de los signos para el manejo de números enteros positivos y negativos, en operaciones aritméticas básicas.	Comprende el uso de la ley de los signos para la resolución de problemas aritméticos. Compara las potencias como una forma “abreviada” de la multiplicación.	Analiza y argumenta los resultados obtenidos en las operaciones básicas utilizando la ley de los signos y las potencias.	Realiza Tutorías a compañeros que cuentan con áreas de oportunidad y propone nuevas estrategias para la resolución de problemas.
Saber hacer El alumno aplica las operaciones básicas en aritmética utilizando la ley de los signos y las potencias para resolver problemas.	Repite los algoritmos establecidos en las operaciones aritméticas básicas para la resolución de problemas con enteros positivos.	Opera con la ley de los signos en números enteros positivos y negativos para la resolución de problemas.	Resuelve problemas utilizando las operaciones básicas, la ley de los signos y las potencias.	Autoevalúa y argumenta los resultados obtenidos en los problemas aritméticos.	Proyecta nuevas estrategias de resolución y propone problemas de aplicación en la vida cotidiana.

Indicadores	Nivel de dominio	Nivel de dominio	Nivel de dominio	Nivel de dominio	Nivel de dominio
	Preformal	Receptivo	Resolutivo	Autónomo	Estratégico
Saber ser El alumno muestra actitudes de respeto en las participaciones que se realizan. Es empático ante las necesidades académicas de sus compañeros.	Atiende las indicaciones para la participación en el grupo, mostrando respeto por las mismas.	Identifica las normas de convivencia escolar, mostrando un respeto por la participación de sus compañeros.	Aplica la actitud de respeto en las participaciones y motiva a sus compañeros a participar.	Valora la participación de sus compañeros en clase y muestra empatía ante las necesidades académicas de sus compañeros.	Ayuda a sus compañeros en las participaciones de forma respetuosa mostrando un liderazgo de compañerismo.

Secuencia didáctica 2. En sus marcas, listo, fuera.

Propósito: Iniciar con el estudio y aplicación de los primeros productos notables (binomios conjugados y binomios al cuadrado) mediante el descubrimiento de las reglas por medio de la práctica. Que el alumno visualice y aprenda su aplicación en problemas geométricos.

Alumno: _____

Indicadores	Nivel de dominio	Nivel de dominio	Nivel de dominio	Nivel de dominio	Nivel de dominio
	Preformal	Receptivo	Resolutivo	Autónomo	Estratégico
Saber conocer El alumno conoce los binomios conjugados, binomios al cuadrado y las reglas que los convierten en	Memoriza las reglas que se establecieron para los binomios conjugados y binomios al cuadrado.	Identifica las reglas de los binomios conjugados y binomios al cuadrado y la diferencia	Aplica y comprende las reglas de los binomios conjugados y binomios al cuadrado, la diferencia entre ellos y su relación	Analiza y explica las reglas que se establecen en los productos notables, entendiendo la diferencia	Asesora a compañeros que presentan áreas de oportunidad en los productos notables y entendimiento

Indicadores	Nivel de dominio	Nivel de dominio	Nivel de dominio	Nivel de dominio	Nivel de dominio
	Preformal	Receptivo	Resolutivo	Autónomo	Estratégico
productos notables.		que existe entre ellos.	con el producto.	entre ellos y la relación que guardan con el producto.	o de las reglas.
Saber hacer El alumno aplica esos productos notables para la resolución de problemas geométricos, implementando las reglas.	Repite las reglas que se establecieron para la resolución de problemas con figuras geométricas.	Determina la regla que se debe utilizar en los diferentes problemas de aplicación geométrica.	Resuelve problemas de aplicación geométrica con el uso de los primeros productos notables.	Autoevalúa el resultado de la aplicación de los productos notables en problemas geométricos.	Propone diversos problemas de aplicación con el uso de los productos notables.
Saber ser El alumno muestra actitudes de respeto en las participaciones que se realizan. Es empático ante las necesidades académicas de sus compañeros.	Atiende las indicaciones para la participación en el grupo, mostrando respeto por las mismas.	Identifica las normas de convivencia escolar, mostrando un respeto por la participación de sus compañeros.	Aplica la actitud de respeto en las participaciones y motiva a sus compañeros a participar.	Valora la participación de sus compañeros en clase y muestra empatía ante las necesidades académicas de sus compañeros.	Ayuda a sus compañeros en las participaciones de forma respetuosa mostrando un liderazgo de compañerismo.

Secuencia didáctica 3. ¿y dónde está mi MATEamigo?

Propósito: Que los alumnos identifiquen, analicen, deduzcan la regla de los binomios con termino común que los convierte en producto notable y la apliquen en la resolución de problemas geométricos en su vida diaria.

Alumno: _____

Indicadores	Nivel de dominio Preformal	Nivel de dominio Receptivo	Nivel de dominio Resolutivo	Nivel de dominio Autónomo	Nivel de dominio Estratégico
Saber conocer El alumno conoce los binomios con término común y la regla que lo convierte en producto notable. Conoce la aplicación de los productos notables en su vida cotidiana.	Memoriza los binomios con término común y la regla que lo convierte en producto notable.	Opera la regla de los binomios con término común y Describe la característica de estos.	Aplica y comprende la regla de los binomios con término común y de la característica a que lo convierte en producto notable.	Explica las características que los convierte en producto notable y conoce su aplicación en problemas de su vida diaria.	Asesora a compañeros que presentan áreas de oportunidad en esos productos notables.
Saber hacer El alumno aplica esos productos notables en la resolución de problemas geométricos en su vida diaria, implementando las reglas que los convierten en productos notables.	Repite la regla de binomios con término común en algunos problemas geométricos	Determina y reproduce la regla que se debe de utilizar en los problemas geométricos.	Resuelve problemas de aplicación geométrica con el uso de los primeros productos notables.	Autoevalúa el resultado de la aplicación de los productos notables en problemas geométricos.	Propone diversos problemas de aplicación con el uso de los productos notables.
Saber ser El alumno muestra una participación con respeto y empatía para apoyar a sus compañeros que presentan alguna dificultad matemática.	Atiende las indicaciones para la participación en el grupo, mostrando respeto por las mismas.	Identifica las normas de convivencia escolar, mostrando un respeto por la participación de sus compañeros.	Aplica la actitud de respeto en las participaciones y motiva a sus compañeros a participar.	Valora la participación de sus compañeros en clase y muestra empatía ante las necesidades académicas de sus compañeros.	Ayuda a sus compañeros en las participaciones de forma respetuosa mostrando un liderazgo de compañerismo.

Apéndice I. Diario de campo

Secuencia didáctica 1: Una lluvia de MATEconocimientos

Fecha: 15 de febrero de 2024

Propósito: Activar los conocimientos previos del tema productos notables y fortalecer esos saberes mediante diversas actividades.

Para la implementación de esta secuencia fue necesario el uso de una aplicación (*Kahoot*) para un ejercicio de matemáticas, la cual se podía manejar desde una computadora o celular, la primera elección para el profesor fue el uso de las computadoras de la escuela, pero por motivos ajenos al profesor no se pudieron utilizar, por lo cual decidió utilizar el celular.

El día de la implementación de la secuencia, los alumnos ya contaban con la aplicación en su celular. Inició la clase unos minutos antes para poder tener todo lo necesario para la misma; el acomodo de la computadora y el correcto orden de las filas. Los alumnos se encontraban un poco inquietos por la grabación de la clase.

Los alumnos desde un inicio mostraron interés por la sesión, más por la forma de iniciar un nuevo contenido, una manera distinta a lo rutinario. Sus participaciones se encontraban muy activas, levantaban la mano para que el profesor los tomara en cuenta. Cuando se trataba de contestar alguna pregunta se escuchaba a la mayoría del grupo contestar.

Continuando con la clase, se llegó el momento de utilizar el celular, muy emocionados por su utilización y del porcentaje que sacarían en las actividades. Algunos presentaban dudas en la aplicación, dudas que el profesor aclaró de inmediato. Se les podía observar motivados y concentrados en los ejercicios que

estaban realizando, después de resolver los ejercicios el profesor les indicó que compartieran sus respuestas con un compañero. Al principio algunos se mostraron con miedo o temor de compartir sus respuestas con sus compañeros, pero poco a poco se fueron motivando y escuchando la explicación de sus compañeros a los aciertos y errores en el ejercicio. Se observaban y escuchaban explicaciones entre ellos y los métodos que utilizaron para resolver el ejercicio.

Al finalizar la clase los alumnos seguían mostrando interés por la misma y por saber que más se iba a ver en el tema. La sesión terminó aunque unos alumnos siguieron preguntando al profesor más sobre el tema afuera del salón.

Esta sesión de clase no tuvo interrupciones externas.

Secuencia didáctica 2: En sus marcas, listos, fuera.

Fecha: 22 de febrero de 2024

Propósito: Iniciar con el estudio y aplicación de los primeros productos notables (binomios conjugados y binomios al cuadrado) mediante el descubrimiento de las reglas por medio de la práctica. Que el alumno visualice y aprenda su aplicación en problemas geométricos.

El día para aplicar la segunda secuencia didáctica se llegó, en este día el profesor llegó al grupo, ordenó y colocó los materiales necesarios para iniciar la clase, los alumnos expectantes esperaban lo nuevo del contenido, algunos preguntaron anticipadamente al profesor, ¿Qué vamos a ver el día de hoy?

Al inicio de la clase el profesor retroalimentó lo antes visto para poder continuar con el tema. En la primera actividad formó equipos de trabajo lo cual a

los alumnos les llamó la atención por ser una forma distinta de trabajo en la materia de matemáticas. El profesor indicó la forma de trabajo y lo que se debía realizar.

Al principio en los equipos no se escuchaba mucha participación, se encontraban realizando la actividad de manera individual y buscando la mejor resolución del problema que les había tocado.

Algunos alumnos presentaban dudas y el profesor realizó una explicación de la multiplicación de binomios por el algoritmo utilizando en aritmética. Después de aclarar dudas los alumnos continuaron con el ejercicio.

Al momento de compartir en equipo sus respuestas, se logró escuchar diversas explicaciones y puntos de vista de los alumnos en los equipos, algunos de ellos tomaron el liderazgo en su equipo y dirigieron la actividad. Esos alumnos trataban de motivar a sus compañeros de equipo para lograr identificar la relación de la multiplicación de los binomios con el resultado o producto obtenido. El profesor en todo momento guiaba a los alumnos para que observaran esa relación.

Con la participación de los equipos se fue encontrando la relación entre la multiplicación y el producto, por lo cual el profesor preguntó ¿será necesario realizar toda la multiplicación para encontrar el resultado? Se escuchó a varios alumnos contestar que no era necesario. Juntos fueron encontraron la regla que define a este tipo de productos notables y su característica que lo hace especial.

Después de la participación por equipos el profesor colocó dos figuras geométricas en el pintarrón con ayuda del proyector para encontrar su área, con la aplicación de la multiplicación de binomios.

En esta última actividad se pudo observar la seguridad de los alumnos al momento de contestar, lograron ver la aplicación de lo antes visto. En su mayoría

los alumnos concluyeron la actividad antes de terminó de la clase.

En cuestión del tiempo, se solicitó unos minutos al profesor de la siguiente clase para terminar la actividad programada.

Secuencia didáctica 3: ¿y dónde está mi MATEamigo?

Fecha: 29 de febrero de 2024

Propósito: Que los alumnos identifiquen, analicen, deduzcan la regla de los binomios con termino común que los convierte en producto notable y la apliquen en la resolución de problemas geométricos en su vida diaria.

Era la última intervención de la estrategia didáctica, se contaban con los materiales necesarios y el permiso del profesor de la siguiente clase, para ampliar el tiempo de la sesión por si no eran suficiente los 50 minutos. Todo inició de manera normal los alumnos ya se encontraban más familiarizados con la cámara para grabar la clase.

Lo que se notó al inicio de la sesión fue un poco de incertidumbre sobre lo que iban a continuar viendo y la forma en que se iba a trabajar. Había alumnos un poco inquietos quienes hacían preguntas al profesor antes de iniciar la clase.

La clase inició y con ellos una actividad dinámica para levantarlos de sus lugares y despertarlos un poco, la actividad consistía en resolver un problema de multiplicación de binomios y anotar en una hoja grande el resultado, para después de un tiempo encontrar a su MATEamigo.

Al principio de esta actividad hubo dudas para resolver la multiplicación. Dudas que el profesor aclaró con un ejemplo en el pizarrón. Después de un determinado tiempo el profesor indicó que fueran a buscar a su amigo con la

misma repuesta. Aquí bromeó un poco diciéndoles que antes de que se acabará febrero buscaran a su pareja. Todos se mostraron motivados; se escuchaba un “ruido” agradable dentro del salón, porque mostraban sus resultados buscando su pareja.

Las parejas poco a poco se iban sentando juntos y comparando si era el mismo problema, al final quedaron dos alumnos y el profesor pregunto si tenían resultados diferentes. Al verificar en forma idividual tenían el mismo resultado, pero no se habían verificado entre ellos, lo cual causó una risa alegre de ambos y del grupo.

En ese momento, se sentía un ambiente agradable y favorable de estudio, porque era una actividad diferente en matemáticas. Se les solicitó que analizaran sus problemas y encontraran la relación con el resultado y por qué se convierten en productos notables. Fueron participaciones muy activas.

Para finalizar la clase el profesor colocó unos ejercicios de aplicación de los productos vistos en el tema. Con el uso del proyector trabajaron con *Google Maps*. Aclaró que eran ejemplos de la vida diaria para calcular el área de terrenos, con el empleo de expresiones algebraicas.

La clase concluyó cuando la mayoría de los alumnos terminaron la actividad.